LIDIANI CRISTINA PIERRI

CURIOSIDADES DA ARITMÉTICA.

FLORIANÓPOLIS - SC, 2004

Esta monografia foi julgada adequada como **TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO** no curso de Matemática – Habilitação Licenciatura, e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designada pela Portaria nº 19/SCG/04.

Profª: Carmem Suzane Comitre Gimenez

Professora da disciplina

Banca Examinadora:

Antonio Vladimir Martins

Orientador

Rubens Starke

Roberto Corrêa da Silva

Dedico o meu esforço durante todos esses anos de estudo, em memória de Celso Higino Da Silva, meu querido avô.

Agradecimentos

Agradeço à Deus por ter me dado forças para que chegasse até aqui. Agradeço aos meus pais e familiares pelo apoio que me deram durante todo esses anos. Agradeço também aos meus colegas Antonio, João Nilton (que fez o programinha da quarta curiosidade), Claunei, Vera, Cleidemar, Jussara, entre outros, pelos momentos alegres que passamos juntos.

Agradeço também a todos os professores, em especial ao professor Vladimir, que orientou-me neste trabalho, e aos professores da banca.

Muito obrigada.

Lidiani Cristina Pierri

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Você já teve vontade de brincar com alguns números?

Vamos fazer uma brincadeirinha agora ?

Pegue sua calculadora e escolha um número inteiro positivo qualquer. Em seguida extraia a raiz quadrada deste número e repita o mesmo com o resultado obtido. Num número finito de passos você terá como resultado o número 1. Não é fantástico?

Neste trabalho abordaremos algumas curiosidades da aritmética, buscando despertar no leitor o interesse pela matemática, utilizando a teoria dos números para justificar os resultados.

Você ficou curioso? Então vamos conhecê-lo!!!

PRIMEIRA CURIOSIDADE

Curiosidade das Idades

Imagine o que poderia ser criado com o mundo dos números. Apareceriam algumas propriedades interessantes que poderiam apresentar a matemática de uma forma mais agradável, como por exemplo esta que irei apresentar:

Diga qual o ano do seu nascimento?
Diga um ano importante da sua vida.
Qual a sua idade em 2004?
Quanto tempo faz desde o ano importante da sua vida até 2004?

Depois some todos os dados coletados. Eu garanto para todos que o resultado final, seja qual data for, sempre dará 4008.

Vejamos um exemplo:

O ano do meu nascimento é: 1979.
Um ano importante para mim foi em 1998.
Eu farei 25 anos em 2004.
Faz exatamente 6 anos (em 2004) do acontecimento importante na minha vida.
Somando todos os dados, obtemos: 1979 + 1998 + 25 + 6 = 4008.

Não falei??? O resultado final é 4008.

Outros exemplos:

Aqui os dados foram tomados aleatoriamente. Vejamos o resultado final:

Ano de nascimento: 1945.
Acontecimento importante: 1966.
A idade do personagem em 2004: 59 anos
A idade do acontecimento em 2004: 38 anos.

Somando todos os dados, obtemos: 1945 + 1966 + 59 + 38 = 4008.

Chegamos no resultado que queríamos: 4008.

Ainda não satisfeito? Vejamos outro exemplo:

Ano de nascimento: 1877.
Ano de um acontecimento importante: 1903.
Sua idade em 2004 seria de: 127 anos
A idade do acontecimento importante em 2004: 101 anos.
Somamos todos os dados, e obtemos: 1877 + 1903 + 127 + 101 = 4008.

Estás intrigado com este resultado?

Faça essa brincadeira com você, e eu garanto que o resultado que irás encontrar será 4008.

Demonstração

Qual é então o segredo?

$$\cancel{1979} + \cancel{1998} + \overbrace{\underline{2004 - \cancel{1979}}}^{\text{Minha idade}} + \overbrace{\underline{2004 - \cancel{1998}}}^{\text{Idade do ano importante.}}$$

As datas 1979 e 1998 são canceladas sobrando apenas 2004 + 2004 = 4008.

■

SEGUNDA CURIOSIDADE

Curiosidade do Número 9

Pense num número com três algarismos, sendo que o primeiro seja distinto do último. Provaremos que ao inverter a ordem dos algarismos dos extremos e subtrair ambos os números, sempre o menor do maior, teremos um novo número cujo algarismo central será 9 e a soma do primeiro com o último dígito será também 9.

Vejamos um exemplo:

Tomamos o número 118.

811 - 118 = 6**9**3. E somando 6 + 3 = 9.

Outros exemplos:

(*Exemplo*): 342

342 – 243 = 0**9**9. (0 + 9 = 9)

(*Exemplo*): 221

221 – 122 = 0**9**9. (0 + 9 = 9)

(*Exemplo*): 137

731 – 137 = 5**9**4. (5 + 4 = 9)

(*Exemplo*): 347

743 – 347 = 3**9**6. (3 + 6 = 9)

(*Exemplo*): 687

786 – 687 = 0**9**9. (0 + 9 = 9)

(*Exemplo*): 510

510 – 015 = **495**. (4 + 5 = 9)

(*Exemplo*): 596

695 – 596 = 0**9**9. (0 + 9 = 9)

(Exemplo): 204

402 – 204 = 1**9**8. (1 + 8 = 9)

Mas será que isto funcionará sempre? Crie seus exemplos e eu garanto que continuará acontecendo.

Demonstração

Pegamos um número de três dígitos na base 10 (abc) com $a \neq 0$ e $a \neq c$.

Podemos escrever (abc) como: $a.10^2 + b.10 + c$

Invertendo os algarismos, obtemos (cba) que pode ser escrito como:

$$c.10^2 + b.10 + a$$

Caso $a > c$:

O próximo passo seria subtrair os números:

$$a.10^2 + b.10 + c - (c.10^2 + b.10 + a) =$$

$$(a - c).10^2 + (c - a) =$$

$$(a - c).10^2 - (a - c) =$$

$$(a - c).99.$$

Os possíveis valores de *a* são: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Os possíveis valores de *c* são: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Esgotaremos todas as possibilidades:

Se $a = 1$ então $c = 0$ (pois $a > c$). Então $(a - c).99 = (1 - 0).99 = 099$.

Se $a = 2$ então $c = 0$ ou 1. Portanto: $(2 - 0).99 = 198$; $(2 - 1).99 = 099$.

Se $a = 3$, então $c = 0$ ou 1 ou 2. Portanto: $(3 - 0).99 = 297$; $(3 - 1).99 = 198$; $(3 - 2).99 = 099$.

Se $a = 4$, então $c = 0$ ou 1 ou 2 ou 3. Portanto: $(4 - 0).99 = 396$; $(4 - 1).99 = 297$; $(4 - 2).99 = 198$; $(4 - 3).99 = 099$.

Se $a = 5$, então $c = 0$ ou 1 ou 2 ou 3 ou 4. Mas basta calcular $(5 - 0).99 = 495$, pois os demais produtos já foram calculados no caso anterior.

Se $a = 6$, então $c = 0$ ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5. Basta calcular $(6 - 0).99 = 594$, pois os demais produtos já foram calculados no caso anterior.

Se $a = 7$, então $c = 0$ ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6. Mas basta calcular $(7 - 0).99 = 693$, pois os demais produtos já foram calculados no caso anterior.

Se $a = 8$, então $c = 0$ ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6 ou 7. Mas basta calcular $(8 - 0).99 = 792$, pois os demais produtos já foram calculados no caso anterior.

Finalmente se $a = 9$, então $c = 0$ ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6 ou 7 ou 8. Basta calcular : $(9 - 0).99 = 891$, pois os demais produtos já foram calculados no caso anterior.

■

O caso $c > a$ é análogo.

TERCEIRA CURIOSIDADE

Soma de cubos

Trata-se de um conjunto de números inteiros positivos, relacionados aos divisores de um número, cuja soma de seus cubos é igual ao quadrado de sua soma, que é dado pela seguinte fórmula:

(1) $$a^3 + b^3 + c^3 + ... + n^3 = (a + b + c + ... + n)^2$$ *

O matemático francês Joseph Liouville (1809-1882) descobriu uma propriedade importante entre certos números. Tomou um número inteiro positivo e encontrou seus divisores. Em seguida tomou a quantidade de divisores de cada divisor do número escolhido obtendo um conjunto de números inteiros positivo. Com isto, verificou que: a soma dos cubos destes números será igual ao quadrado da soma dos mesmos. Esta propriedade valerá para todos os inteiros positivos.

Vejamos um exemplo:

N = 21.

Agora determinamos os divisores de N: para N = 21 são (1, 3, 7, 21).

Finalmente, determinamos a quantidade de divisores destes divisores: no caso temos (1, 2, 2, 4), isto é, 1 divisor do número 1, 2 divisores do número 3, 2 divisores do número 7, e 4 divisores do número 21.

Aplicando a propriedade, temos:

$1^3 + 2^3 + 2^3 + 4^3 = 1 + 8 + 8 + 64 = 81.$

$(1 + 2 + 2 + 4)^2 = 9^2 = 81.$

* Esta fórmula será demonstrada após vermos alguns exemplos.

Outros exemplos:

(Exemplo) N = 121.

Divisores de N = (1, 11, 121).

Quantidade de divisores de cada divisor de N = (1, 2, 3), ou seja, 1 divisor de 1, 2 divisores de 11 e 3 divisores de 121.

Assim:

$1^3 + 2^3 + 3^3 = 1 + 8 + 27 = 36$

$(1 + 2 + 3)^2 = 6^2 = 36$

(Exemplo) N = 1540.

Divisores de N = (1, 2, 4, 5, 7, 10, 11, 14, 20, 22, 28, 35, 44, 55, 70, 77, 110, 140, 154, 220, 308, 385, 385, 770, 1540).

Quantidade de divisores de cada divisor de N = (1, 2, 3, 2, 2, 4, 2, 4, 6, 4, 6, 4, 6, 4, 8, 4, 8, 12, 8, 12, 12, 8, 16, 24).

Temos então:

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 2^3 + 2^3 + 4^3 + 2^3 + 4^3 + 6^3 + 4^3 + 6^3 + 4^3 + 6^3 + 4^3 + 8^3 + 4^3 + 8^3 + 12^3 + 8^3 + 12^3 + 12^3 + 8^3 + 16^3 + 24^3 =$

$= 1 + 8 + 27 + 8 + 8 + 64 + 8 + 64 + 216 + 64 + 216 + 64 + 216 + 64 + 512 + 64 + 512 + 1728 + 512 + 1728 + 1728 + 512 + 4096 + 13824 = 26244.$

$(1 + 2 + 3 + 2 + 2 + 4 + 2 + 4 + 6 + 4 + 6 + 4 + 6 + 4 + 8 + 4 + 8 + 12 + 8 + 12 + 12 + 8 + 16 + 24)^2 = 162^2 = 26244.$

(Exemplo) N = 3475

Divisores de N: (1, 5, 25, 139, 695, 3475)

Quantidade de divisores de cada divisor de N: (1, 2, 3, 2, 4, 6)

Temos então:

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 2^3 + 4^3 + 6^3 = 1 + 8 + 27 + 8 + 64 + 216 = 324.$

$(1 + 2 + 3 + 2 + 4 + 6)^2 = (18)^2 = 324.$

(Exemplo) N = 1026

Divisores de N: (1, 2, 3, 6, 9, 18, 19, 27, 38, 54, 57, 114, 171, 342, 513, 1026)

Quantidade de divisores de cada divisor de N: (1, 2, 2, 4, 3, 6, 2, 4, 4, 8, 4, 8, 6, 12, 8, 16)

Temos então:

$1^3 + 2^3 + 2^3 + 4^3 + 3^3 + 6^3 + 2^3 + 4^3 + 4^3 + 8^3 + 4^3 + 8^3 + 6^3 + 12^3 + 8^3 + 16^3$

$= 1 + 8 + 8 + 64 + 27 + 216 + 8 + 64 + 64 + 512 + 64 + 512 + 216 + 1728 + 512 + 4096 = 8100$

$(1 + 2 + 2 + 4 + 3 + 6 + 2 + 4 + 4 + 8 + 4 + 8 + 6 + 12 + 8 + 16)^2 = 90^2 = 8100.$

Até agora vimos que de fato a propriedade funciona, mas será que é válida para todo número inteiro positivo escolhido aleatoriamente? Para termos certeza, faremos a demonstração da proposição abaixo.

Proposição: Seja N um número inteiro positivo qualquer e seja $A = (a_1, a_2, ..., a_k)$ o conjunto de todos os seus divisores, onde $a_1 = 1$ e $a_k = N$. Seja $B = (b_1, b_2,..., b_k)$ o conjunto formado pela quantidade de divisores de a_i *respectivamente. Então B tem a seguinte propriedade:*

$$b_1^3 + b_2^3 + ... + b_k^3 = (b_1 + b_2 + ... + b_k)^2$$

Demonstração

1° Caso: Suponhamos que o número N é da forma $N = p^n$ onde p é primo. Seus divisores são:

$$p^0, p^1, p^2, ..., p^n.$$

A quantidade de divisores de p^n é $n + 1$, $\forall n \in N$. Da mesma forma, o número b_1 de divisores de p^0 é 1; o número b_2 de divisores de p^1 é 2; o número b_3 de p^2 é 3, e assim sucessivamente...

Daí,

$$(b_1 + b_2 +...+ b_k)^2 = (1 + 2 +...+ (k+1))^2 \; {*}{=} \; 1^3 + 2^3 +...+ (k+1)^3 = b_1^3 + b_2^3 +...+ b_k^3$$

* Demonstração feita na página 18 (uso da geometria para justificar a fórmula $1^3 + 2^3 + ... + n^3 = (1 + 2 + ... + n)^2$).

2° Caso: Suponhamos $N = Kp^n$, onde p é primo e p não divide K. Seja os divisores de K representados por (A, B, ..., K), e seja a quantidade de divisores de K representados respectivamente por (a, b, ..., k).

Sabemos que para K = 1, ou seja, $N = p^n$, a propriedade é válida (1° caso).

Vamos supor que a propriedade é válida para K, e então temos:

$$a^3 + b^3 + ... + k^3 = (a + b + ... + k)^2$$

Queremos mostrar que para K + 1 a propriedade será satisfeita e portanto valerá para qualquer K inteiro positivo.

Sabemos que qualquer divisor de K multiplicado por qualquer divisor de p^n nos dá um divisor de Kp^n. Logo, os divisores de Kp^n são:

(2) $(Ap^0, Bp^o, \ldots, Kp^o)$; $(Ap, Bp, \ldots, Kp)$; $(Ap^2, Bp^2, \ldots, Kp^2)$; ... ; $(Ap^n, Bp^n, \ldots, Kp^n)$.

Seja T *um divisor de* Kp^n, $T \neq 1$ e $T \neq Kp^n$. *Como* p *é um número primo que* não divide K e Kp^n é múltiplo de T, a unicidade do Teorema Fundamental da *Aritmética garante que:*

$$T = tp^m$$

onde t é relativamente primo a p; e $m \leq n$.

$$\left.\begin{array}{l} p^m \mid Kp^n \\ mdc\,(p, t) = 1 \end{array}\right| \xrightarrow[\text{Arit. Elementar}]{\text{Fund. I}} \quad T = tp^m \mid Kp^n \rightarrow m \leq n \rightarrow p^m \mid p^n.$$

$$\left.\begin{array}{l} t \mid tp^m \mid Kp^n \\ mdc\,(t, p) = 1 \end{array}\right| \rightarrow \quad t \mid K.$$

Logo p^m divide p^n, e t divide K.

Além disso, todos os divisores listados em (2) são distintos. Quaisquer dois destes divisores, digamos, $p^\alpha G$ e $p^\beta H$ têm os primeiros fatores p^α e p^β distintos, ou eles têm os segundos fatores G e H distintos. Considerando que p não divide K, segue que nem G e nem H contém p como fator, e assim $p^\alpha G \neq p^\beta H$.

Vamos descobrir quantos divisores o número $p^\alpha A$ tem. Como no caso de Kp^n, os divisores de $p^\alpha A$ são os α + 1 divisores de p^α combinados com os *a* divisores de A. Logo há $(\alpha + 1)a$ deles. Consequentemente, o conjunto final da quantidade de divisores dos divisores de $N = Kp^n$ é:

a, b, ..., k;   2a, ..., 2k;   3a, ..., 3b, ..., 3k;   ... ;   (n + 1)a, (n + 1)b, ..., (n + 1)k.

O soma destes números é

$$S = (a + b + ... + k)[1 + 2 + ... + (n + 1)]$$

Enquanto que

$$S^2 = (a + b + ...+ k)^2[1 + 2 + ...+ (n + 1)]^2 = (a^3 + b^3 + ...+ k^3)[1^3 + 2^3 + ...+ (n + 1\ )^3],$$

Assim:

$$S^2 = (a^3 + b^3 + ...+k^3) + (2^3a^3 + 2^3b^3 + ...+ 2^3k^3) + ...+ [(n+1)^3a^3 + (n+1)^3b^3 + ...+ (n+1)^3k^3]$$
$$= a^3 + b^3 + ...+ k^3 + (2a)^3 + (2b)^3 + ...+ (2k)^3 + ...+ [(n+1)a]^3 + [(n+1)b]^3 + ...+ [(n+1)k]^3$$

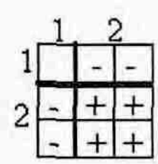
como queríamos.

■

Uso da Geometria Para Justificar a Fórmula:

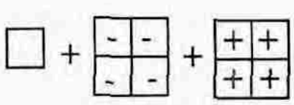
$$\mathbf{1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = (\ 1 + 2 + 3 + ... + n\ )^2}$$

Tomamos como exemplo um quadrado de lado 3 (1 + 2) representado pela figura abaixo:



Área = $(1 + 2)^2 = 3^2 = 9$.

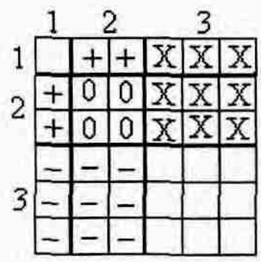
Separando em quadradinhos menores, obtemos:



Área total: $1(1x1) + 2(2x2) = 1^3 + 2^3 = 1 + 8 = 9$

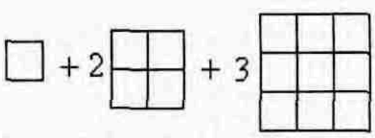
$\Rightarrow\ 1^3 + 2^3 = (1 + 2)^2$

Agora vejamos um quadrado de lado 6 (1 + 2 + 3) como mostra a figura abaixo:



Área: $(1 + 2 + 3)^2 = 6^2 = 36$

Desmembrando o quadrado maior em quadradinhos menores temos:



Área: $1(1x1) + 2(2x2) + 3(3x3) = 1^3 + 2^3 + 3^3 = 1 + 8 + 27 = 36$

$\Rightarrow\ 1^3 + 2^3 + 3^3 = (1 + 2 + 3)^2$

O que acontecerá quando tivermos um quadrado de lado (1 + 2 + ... + n) ?

Área: $(1 + 2 + ... + n)^2$

$\Downarrow$

Soma dos n primeiros termos de uma PA de razão 1 com o primeiro termo 1.

Suponhamos que

$1^3 + 2^3 + ... + n^3 = \left(\frac{(1 + n).n}{2} \right)^2$ HI

Devemos chegar em $\left(\frac{(n + 1 + 1).(n+1)}{2} \right)^2 = 1^3 + 2^3 + ... + (n+1)^3$

$\Downarrow$

Soma dos n+1 primeiros termos de uma PA

Então:

$$(1^3 + 2^3 + ... + n^3) + (n+1)^3 =$$

$$= \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 + (n+1)^3$$

$$= \left(\frac{n}{2}\right)^2 (n+1)^2 + (n+1)^3$$

$$= (n+1)^2 \left[\left(\frac{n}{2}\right)^2 + (n+1)\right]$$

$$= (n+1)^2 \left[\frac{n^2}{4} + n + 1\right]$$

$$= (n+1)^2 \left[\frac{n^2 + 4n + 4}{4}\right]$$

$$= (n+1)^2 \left[\frac{n+2}{2}\right]^2$$

$$= \left[\frac{(n+1)(n+1+1)}{2}\right]^2 = (1 + 2 + ... + n + 1)^2$$

QUARTA CURIOSIDADE

O Número 6174

Dado o número 6174, organize seus dígitos para formar o maior número possível, isto é, colocá-lo em ordem decrescente. Faremos o mesmo para formar o menor número possível, e em seguida subtraia-os. Assim, obtemos:

$$7641 - 1467 = 6174,$$

conhecido também como o número metido!

Vejamos o que acontece ao número 3178:

$$8731 - 1378 = 7353,$$

que é muito diferente de 6174. Mas ao continuarmos aplicando o procedimento aos resultados sucessivamente, obtemos:

$$7533 - 3357 = 4176;$$

7641 – 1467 = **6174.** Ah!!!!

Ou seja, dado um número de quatro dígitos, sendo que não sejam todos iguais, usando este procedimento obteremos o número 6174 em no máximo 7 passos.

Outros exemplos:

(*Exemplo*) 7842

8742 – 2478 = 6264,

6642 – 2466 = 4176,

7641 – 1467 = ***6174****.*

(*Exemplo*) 9005

9500 – 0059 = 9441,

9441 – 1449 = 7992,

9972 – 2799 = 7173,

7731 – 1377 = 6354,

6543 – 3456 = 3087,

8730 – 0378 = 8352,

8532 – 2358 = **6174**.

(Exemplo) 6479

9764 – 4679 = 5085

8550 – 0558 = 7992

9972 – 2799 = 7173

7731 – 1377 = 6354

6543 – 3456 = 3087

8730 – 0378 = 8352

8532 – 2358 = ***6174****.*

(*Exemplo*) 8920

9820 – 0289 = 9531,

9531 – 1359 = 8172,

8721 – 1278 = 7443,

7443 – 3447 = 3996,

9963 – 3699 = 6264,

6642 – 2466 = 4176,

7641 – 1467 = ***6174****.*

(*Exemplo*) 1069

9610 – 0169 = 9441

9441 – 1449 = 7992

9972 – 2799 = 7173

7731 – 1377 = 6354

6543 – 3456 = 3087

8730 – 0378 = 8352

8532 – 2358 = ***6174****.*

(*Exemplo*) 1587

8751 – 1578 = 7173

7731 – 1377 = 6354

6543 – 3456 = 3087

8730 – 0378 = 8352

8532 – 2358 = ***6174****.*

Proposição: Seja M um número de quatro dígitos, sendo pelo menos um diferente dos demais. Seja M_d os dígitos de M organizados em ordem decrescente e M_c os dígitos de M organizados em ordem crescente. Seja D_1 a diferença do maior número com o menor número formado. Isto é $D_1 = M_d - M_c$.

Então,

$$T(M) = D_1,\ T^2(M) = T(D_1) = D_2, \ldots, T^k(M) = D_k = 6174$$

para $K \leq 7$.

Lembramos que uma transformação do número M no número D_1 pode ser denotada por:

$$T : M \longrightarrow D_1 \quad \text{ou} \quad T(M) = D_1$$

Demonstração

Temos 10^4 = 10000 números de quatro dígitos*; mas não podemos considerar os números que possuem os quatro dígitos iguais, pois já na primeira subtração resultará claramente em zero. Logo $10^4 - 10 = 9990$ são os números de quatro dígitos com pelo menos um dos dígitos diferente dos demais.

Seja a, b, c, d os dígitos de M de tal forma que:

(1) $$a \geq b \geq c \geq d$$

Como nem todos os dígitos são iguais, não há igualdade entre todos os dígitos simultaneamente. Calculamos então T(M):

$$M_d = 1000a + 100b + 10c + d,$$

---

* O número cujo primeiro dígito é 0, como 0020 ou 0999,estão incluídos entre estes números de quatro dígitos.

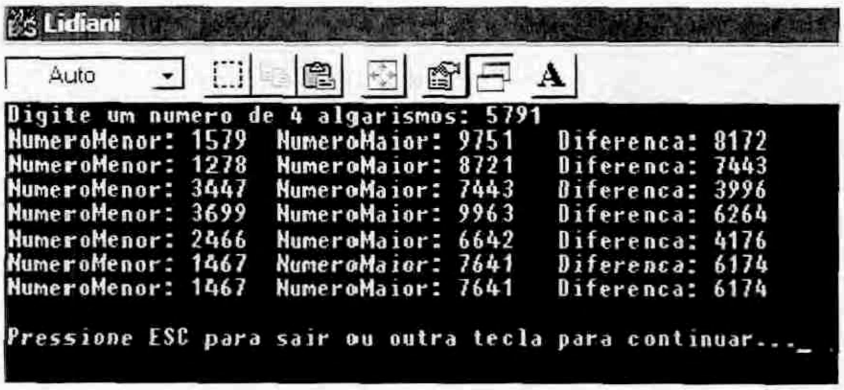
```
        fim faça
        Fim
        retorna inteiro(b)
Fim Função


Função MaiorN ( a : inteiro) : inteiro

        variáveis
                i, j : inteiro
                b, : sttring
                temp : caracter
        Início
                b <- string(a)

                faça de i=1 até 4
                        faça de j=1 até 3
                                se b[j]  < b[j+1] então
                                        temp <- b[j]
                                        b[j] <- b[j+1]
                                        b[j+1] <- temp.
                        fim se
                fim faça
        fim faça
        Fim
        retorna inteiro(b)
Fim Função
```

Para quem entende de programação, esse programa pode ser compilado/executado em qualquer compilador C/C++.



A descrição do programa segue abaixo:

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <string.h>
#include <stdlib.h>
int main(void)
{
        char t, *n, *nMaior, *nMenor;
        int k, i, j, diferenca;

        do {
                clrscr();
                printf("Digite um numero de1 4 algarismos:");
                gets(n);
                for (k=1;k<8;k++)
                  {
                   strcpy(nMaior, n);
                   strcpy(nMenor, n);
```

```
            for (i=0; i<4; i++)
            {
               for (j=0; j<4; j++)
               {
                  if (nMaior[j+1] > nMaior[j])
                  {
                      t = nMaior[j];
                      nMaior[j] = nMaior[j+1];
                      nMaior[j+1] = t;
                  }
               }
            }
            nMenor[0] = nMaior[3];
            nMenor[1] = nMaior[2];
            nMenor[2] = nMaior[1];
            nMenor[3] = nMaior[0];
            nMenor[4] = 0x0;
            diferenca  = atoi (nMaior) – atoi (nMenor);
            itoa(diferenca, n, 10);

            printf("passo %d: Maior numero: %s Menor numero: %s Diferenca:
%d\n", k, nMaior, nMenor, atoi(nMaior) – atoi(nMenor));
            }
            printf("pressione ESC para SAIR ou outra tecla para continuar...");
         } while (getch () ! = 27);
      }
```

Programando em MATLAB:

```
x1 = input('Insira um número de 4 dígitos abcd não todos iguais > ');
m = [x1];
for i = 1:7
  a0=floor(x1/1000); a1=floor((x1-a0 * 1000)/100); a2=floor(((x1-a0 *1000) –
a1*100)/10); a3=floor(((x1-a0 *1000) –a1 *100) –a2 *10);
x= [a0  a1  a2  a3]; y=-sort(-x); z=sort(x);
w=[10^3  10^2  10  1];
p=y*w' – z*w';
m=[m  p];
x1=p;
end
```

Antes de deixarmos este capítulo, vamos analisar o que acontece com um número de 6 dígitos:

Vejamos um exemplo:

(Exemplo): 625897

987652 – 256789 = 730863
876330 – 033678 = 842652
865422 – 224568 = 640854
865440 – 044568 = 820872
887220 – 022788 = 864432
864432 – 234468 = 629964
996642 – 246699 = 749943
997443 – 344799 = 652644
665442 – 244566 = ***420876***

876420 – 024678 = 851742
875421 – 124578 = 750843
875430 – 034578 = 840852
885420 – 024588 = 860832
886320 – 023688 = 862632
866322 – 223668 = 642654
665442 – 244566 = ***420876***

Seja M = abcdef, um número de seis dígitos.

Seja M_d os dígitos de M organizados em ordem decrescente e M_c os dígitos em ordem crescente. Seja D_1 a diferença $M_d - M_c$.

Vamos supor que $a \geq b \geq c \geq d \geq e \geq f$. (*)

Então:

$$M_d = 10^5a + 10^4b + 10^3c + 10^2d + 10e + f$$

$$M_c = 10^5f + 10^4e + 10^3d + 10^2c + 10b + a$$

$$D_1 = 10^5(a-f) + 10^4(b-e) + 10^3(c-d) + 10^2(d-c) + 10(e-b) + (f-a)$$

$$= 99999(a-f) + 9990(b-e) + 900(c-d)$$

Sabemos que $(a-f) > 0$ e que $(a-f) \geq (b-e) \geq (c-d)$ pelas desigualdades (*).

Como $(a-f)$ pode assumir os valores 1, 2, ..., 9 ; $(b-e)$ os valores 0, 1, ..., 9 ; e $(c-d)$ os valores 0, 1, ... , 9, temos 384 resultados possíveis.[3]

Vejam os números listados:

999990	999981	999972	999963	999954	999810
999711	999621	999531	999441	998820	998730
998721	998640	998622	998550	998532	998442
998100	997731	997641	997632	997551	997533
997443	997110	996642	996552	996543	996444
996210	995553	995544	995310	994410	988200
988110	987300	987210	987111	986643	986400
986310	986220	986211	985500	985410	985320
985311	984420	984411	977310	977211	976410
976320	976311	976221	975510	975411	975330
975321	974430	974421	966420	966321	965520

[3] Os cálculos podem serem vistos na Obs3 nos anexos.

965430	965421	965331	964440	964431	955530
955440	955431	954441	888210	887310	887220
887211	886410	886320	886221	885510	885420
885321	884421	877320	877311	877221	876420
876411	876330	876321	876222	875520	875511
875430	875421	875331	875322	874431	874422
866430	866421	866322	865530	865521	865440
865431	865422	865332	864441	864432	855540
855531	855441	855432	854442	777321	776421
776331	776322	775521	775431	775332	774432
766440	766431	766422	766332	765531	765522
765441	765432	765333	764433	755541	755532
755442	755433	754443	744422	666432	665532
665442	665433	664443	655542	655533	655443
654444	555543	555444			

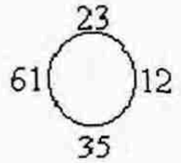
Destes, 15 "repetem" 631764, 137 "repetem" o ciclo (840852, 860832, 862632, 642654, 420876, 851742, 750843), e em somente um caso o número 549945 é repetido. [4]

[4] Os cálculos estão na Obs4 nos anexos.

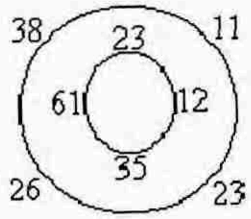
QUINTA CURIOSIDADE

Números Em Círculos

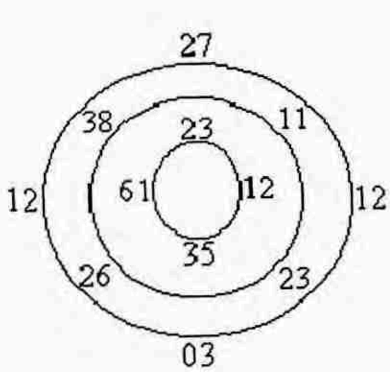
Em 1930, o professor E. Ducci descobriu a seguinte propriedade: Escolha quaisquer quatro inteiros positivos, por exemplo os números 23, 12, 35, e 61. Coloque-os dispostos num círculo da seguinte maneira:

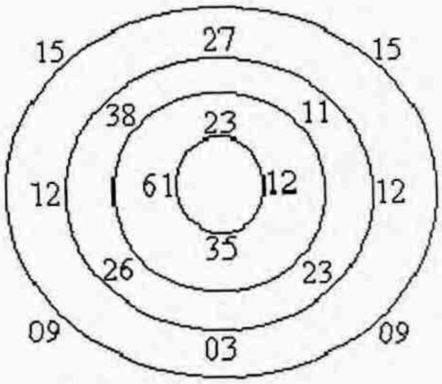


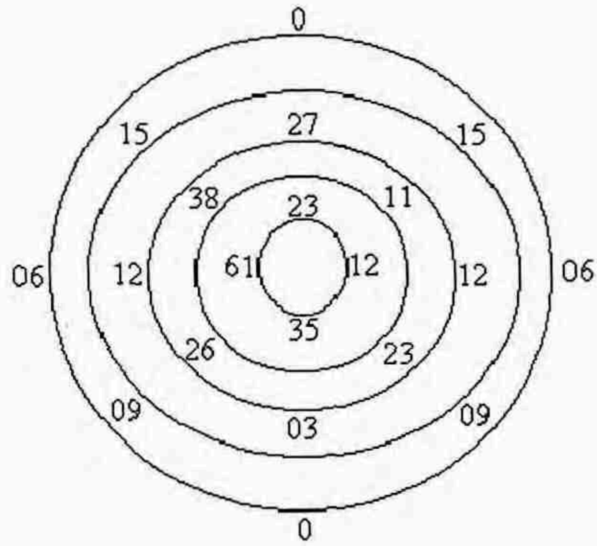
Agora iremos subtrair os pares sucessivos, sempre o menor do maior, e o resultado será colocado num novo círculo.



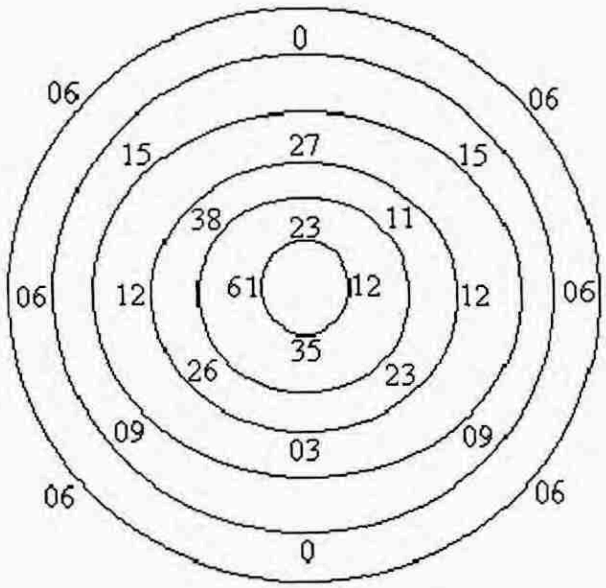
e assim sucessivamente....







até obtermos um círculo com os quatro números iguais.

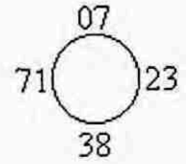


Aplicando este procedimento a quaisquer quatro números inteiros positivos teremos, num número finito de passos, um círculo onde todos os quatro números serão iguais.

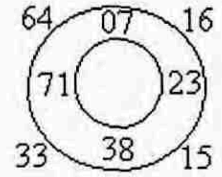
Faremos a demonstração desta propriedade após vermos mais alguns exemplos.

(Exemplo): 07, 23, 38, 71

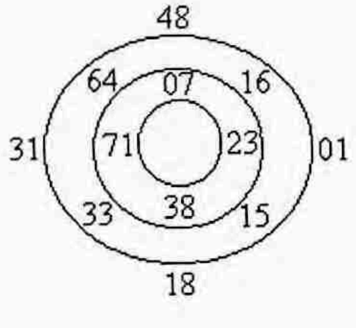
1º Passo:



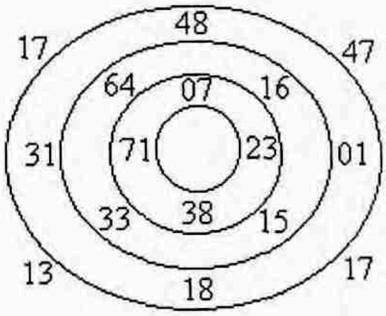
2º Passo:



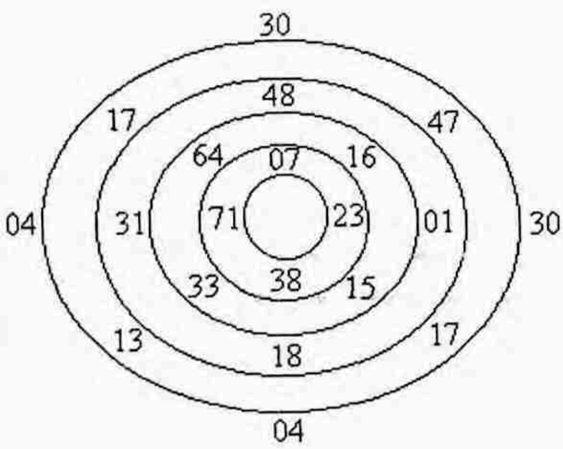
3º Passo:



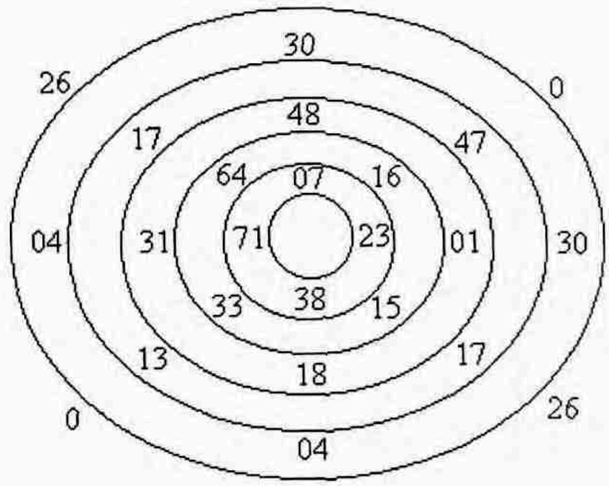
4º Passo:



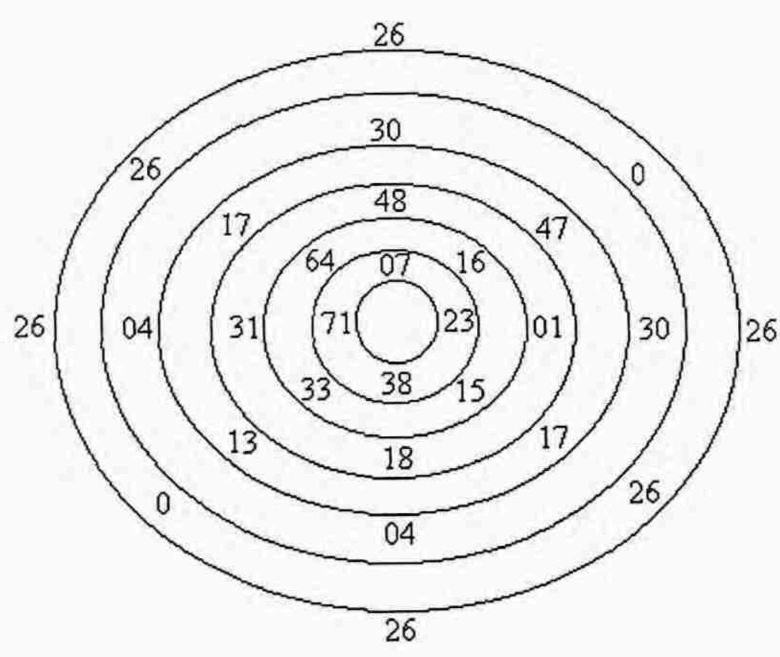
5º Passo:



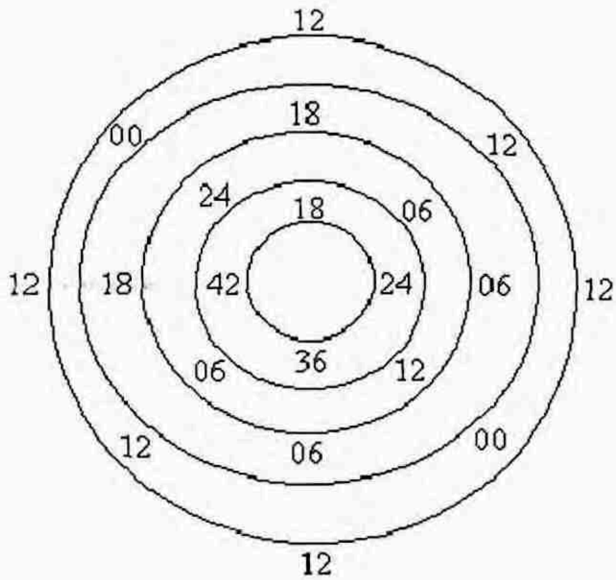
6º Passo:



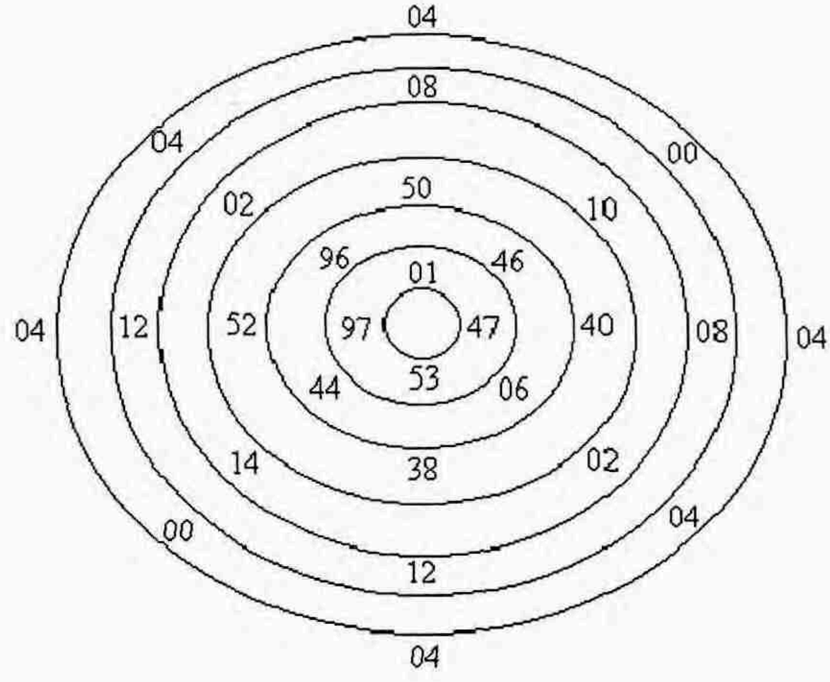
7º Passo:



(Exemplo): 18, 24, 36, 42



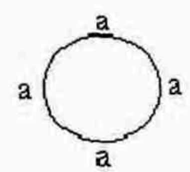
(Exemplo): 01, 47, 53, 97



Proposição Seja a, b, c, d quatro números inteiros positivos organizados num círculo. Sejam os valores absolutos das quatro diferenças dos inteiros adjacentes, dados por $|a - b|$, $|b - c|$, $|c - d|$, $|d - a|$, que serão colocados num novo círculo. Cada círculo consiste nos valores absolutos das diferenças dos números adjacentes do círculo anterior. Depois de um número finito de passos, no círculo resultante, teremos quatro inteiros iguais.

Demonstração

1º Caso: Se o círculo inicial possuir quatro inteiros iguais.



Neste caso não há nada para provar.

2º Caso: Se os quatro números inteiros não forem todos iguais.

Vamos mostrar que os valores destes números ficarão menores a cada passo, podendo chegar ao valor zero num número finito de passos. Para isso, precisamos analisar quantos zeros o círculo possui.

O que sabemos é que o número será menor imediatamente se nenhum dos quatro números for zero. Porém, se aparecer um zero, no próximo passo o número não terá mudado seu valor. No entanto, no próximo passo a quantidade de zeros diminuirá sumindo totalmente nos passos seguintes. Vejamos:

SEXTA CURIOSIDADE

A Soma dos Quadrados

A idéia é a seguinte: escolha um número inteiro qualquer não negativo, por exemplo, 5743. Agora faça a soma dos quadrados dos dígitos deste número: (25 + 49 + 16 + 9 = 99). Faça o mesmo para o resultado obtido (99 sendo 81 + 81 = 162), e assim sucessivamente, sempre aplicando o procedimento ao resultado anterior:

162, (1 + 36 + 4 = 41), (16 + 1 = 17), (1 + 49 = 50),
(25 + 0 = 25), (4 + 25 = 29), (4 + 81 = 85), (64 + 25 = **89**),
(64 + 81 = 145), (1 + 16 + 25 = 42), (16 + 4 = 20),
(4 + 0 = 4), (0 + 16 = 16), (1 + 36 = 37), (9 + 49 = 58),
(25 + 64 = **89**),
repetindo o ciclo.

Ou seja, dado um número qualquer inteiro positivo, o resultado será ou 1 ou o ciclo (04, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20) ou (16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 04) ou (37, 58, 89, 145, 42, 20, 04, 16)... repetindo indefinidamente.

Outros exemplos:

(Exemplo): 146

(1 + 16 + 36 = 53), (25 + 09 = 34), (09 + 16 = 25),
(04 + 25 = 29), (04 + 81 = 85), (64 + 25 = **89**), ...

(Exemplo): 5792

(25 + 49 + 81 + 04 = 159), (01 + 25 + 81 = 107),
(01 + 00 + 49 = 50), (25 + 00 = 25), (04 + 25 = 29),
(04 + 81 = 85), (64 + 25 = **89**), ...

(Exemplo): 145.973.268

145973268, 1 + 16 + 25 + 81 + 49 + 09 + 04 + 36 + 64 = 285, 04 + 64 + 25 = 93, 81 + 09 = 90, 81 + 00 = 81, 64 + 01 = 65, 36 + 25 = 61, 36 + 01 = **37, ...**

(Exemplo): 9.999.127

9999127, 81 + 81 + 81 + 81 + 01 + 04 + 49 = 378, 09 + 49 + 64 = 122, 01 + 04 + 04 = 09, 00 + 81 = 81, 64 + 01 = 65, 36 + 25 = 61, 36 + 01 = **37, ...**

Proposição Seja N um número inteiro positivo. Seja $N_1 = S(N)$ a soma dos *quadrados de seus dígitos*, $N_2 = S(N_1)$ a soma dos quadrados dos dígitos de $N_1, \ldots$, e $N_k = S(N_{k-1})$ a soma dos quadrados dos dígitos de N_{k-1}. Então:

$$N, N_1, N_2, \ldots, N_k$$

é uma seqüência, que para um certo k, teremos o valor 1, ou teremos o ciclo 4, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20.

Demonstração

Seja $N = a_n 10^n + a_{n-1}10^{n-1} + \ldots + a_1 10 + a_0,\ a_n \neq 0,\ n \geq 2$.

$$S(N) = a_n^2 + (a_{n-1})^2 + \ldots + a_1^2 + a_0^2 = N_1$$

$$N - N_1 = a_n(10^n - a_n) + a_{n-1}(10^{n-1} - a_{n-1}) + \ldots + a_1(10 - a_1) + a_0(1 - a_0)$$

Podemos notar que esta diferença será sempre positiva para $n \geq 2$.

De fato:

Para n = 2, o menor valor para o primeiro termo é 99 onde $a_2 = 1$ e $10^2 = 100$. O menor valor para o segundo termo é 9. Da mesma forma, o menor valor para o último termo é –72 tomando $a_0 = 9$. Então temos que : $N - N_1 = 99 + 9 - 72 = 36$.

Acabamos de mostrar que se N for *um número com 3 ou mais dígitos*, então $N > N_1$.

O raciocínio acima pode ser usado para mostrar que $N_i - N_{i+1} > 0$, $\forall i$ com 3 *ou mais dígitos*.

Logo a seqüência,

$$N, N_1, N_2, ..., N_k$$

é uma seqüência decrescente. Portanto, *num certo momento esta seqüência terá* dois ou um dígito. E assim analisaremos caso a caso:

Para $N_i = 1$:
... , 1, 1, 1, 1, ...

Para $N_i = 2$:
... , 2, 4, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, ...

Para $N_i = 3$:
... , 3, 9, 81, 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para $N_i = 4$:
... , 4, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, ...

Para $N_i = 5$:
... , 5, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_i = 6$:
... , 6, 36, 45, 41, 17, 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_i = 7$:
... , 7, 49, 97, 130, 10, 1, 1, 1, ...

Para $N_i = 8$:
... , 8, 64, 52, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_i = 9$:
... , 9, 81, 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Os demais casos estão em anexo.

$\blacksquare$

SÉTIMA CURIOSIDADE

O Crivo de Sundaram

Em Fundamentos da Matemática I vimos o Crivo de Eratóstenes. Este crivo consiste em filtrar os números primos da seguinte forma: criamos uma tabela com os números de 2 a n. Em seguida cancelamos os múltiplos de 2, maiores que 2; os múltiplos de 3, maiores que 3; os múltiplos de 5, maiores que 5; e assim por diante. Os números que sobrarem na tabela serão primos.

Por exemplo: Quais os primos menores que 151?

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151									

Portanto os primos menores que 151 são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151.

Para sabermos se um número N é primo, basta encontrarmos os primos $p \leq \sqrt{N}$. Se N não for divisível por nenhum destes primos p, então N é primo.

Exemplo : N = 1571 é primo?

Sabemos que $39 \leq \sqrt{1571} < 40$

Pelo crivo de Eratóstenes, temos:

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	

Os primos menores que 39 são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37.

1571 não é divisível por 2;

1571 não é divisível por 3;

1571 não é divisível por 5;

1571 não é divisível por 7;

1571 não é divisível por 11;

1571 não é divisível por 13;

1571 não é divisível por 17;

1571 não é divisível por 19;

1571 não é divisível por 23;

1571 não é divisível por 29;

1571 não é divisível por 31;

1571 não é divisível por 37.

Portanto, 1571 é primo.

Crivo de Sundaram

Em 1934, Sundaram um jovem estudante do leste da Índia, propôs uma alternativa para encontrar números primos baseado numa tabela onde esta é formada da seguinte maneira: na primeira linha temos os números 4, 7, 10,..., que estão numa progressão aritmética, sendo o primeiro termo 4 e a razão 3. O mesmo é feito para formar a primeira coluna. As próximas linhas consistem numa nova progressão aritmética, sendo que a razão para cada nova linha assim como para cada coluna seja 5, 7, 9, 11,.... Ou seja, a segunda linha é uma PA de razão 5 com o primeiro termo 7. A terceira linha é uma PA de razão 7 com o primeiro termo 10 e assim sucessivamente...

4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49	...
7	12	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72	77	82	...

10	17	24	31	38	45	52	59	68	75	82	89	106	113	120	127	...
13	22	31	40	49	58	67	76	85	94	103	112	121	130	139	148	...
16	27	38	49	60	71	82	93	104	115	126	137	148	159	170	181	...
19	32	45	58	71	84	97	110	123	136	149	162	175	188	201	214	...
22	37	52	67	82	97	112	127	142	157	172	187	202	217	232	247	...
25	42	59	76	93	110	127	144	161	178	195	212	229	246	263	280	...
28	47	66	85	104	123	142	161	180	199	218	237	256	275	294	313	...
31	53	75	97	119	141	163	185	207	229	251	273	295	317	339	361	...

Sundaram notou que: Um número N não aparece na tabela se e somente se 2N + 1 é primo.

Exemplos:

(Exemplo): N = 82 (Observe que 82 aparece na tabela localizado na 7ª linha e 5ª coluna), então 2(82) + 1 = 165 não é primo.

De fato,
165 é divisível por 1, 3, 5, 11, 15, 33, 55, 165.

(Exemplo): N = 303 (não aparece na tabela), então 2(303) + 1 = 607 é primo.

De fato,
607 é divisível por 1 e 607.

(Exemplo): O número 471 é primo?
2N + 1 = 471.
N = 235.

Para que N apareça na tabela, 2N + 1 é da forma:

$2N + 1 = (2m + 1).(2n + 1)$ [*]

$471 = (2.1 + 1).(2.78 + 1)$.

Logo, $2N + 1 = 471 \Rightarrow N = 235$ que aparece na tabela (78ª linha e 1ª coluna).

Portanto, como N aparece na tabela, 471 não é primo.

(Exemplo): O número 2.573 é primo?

$2N + 1 = 2.573$

$N = 1.286$

$2N + 1 = (2m + 1).(2n + 1)$

Vamos verificar se 2N + 1 é da forma (2m + 1).(2n +1):

n = 1, m = 428	2N + 1 = 2571	n = 9, m = 67	2N + 1 = 2565
n = 2, m = 256	2N + 1 = 2565	n = 10, m = 60	2N + 1 = 2541
n = 3, m = 183	2N + 1 = 2569	n = 11, m = 56	2N + 1 = 2599
n = 4, m = 143	2N + 1 = 2583	n = 12, m = 51	2N + 1 = 2575
n = 5, m = 116	2N + 1 = 2563	n = 13, m = 47	2N + 1 = 2565
n = 6, m = 99	2N + 1 = 2587	n = 14, m = 44	2N + 1 = 2581
n = 7, m = 85	2N + 1 = 2565	**n = 15, m = 41**	**2N + 1 = 2573.**
n = 8, m = 76	2N + 1 = 2601		

Portanto, N aparece na tabela. Logo, 2573 não é primo.

Proposição: a) Se o número N aparece na tabela (construída no início deste capítulo) então 2N + 1 não é um número primo. b) Se N não aparece na tabela, então 2N + 1 é um número primo.

[*] Esta fórmula será deduzida na demonstração.

Demonstração:

a) Iniciaremos encontrando uma fórmula para os números que formam a tabela. O primeiro número da n-ésima linha é

$$4 + (n - 1)3 = 3n + 1.$$

A razão da progressão aritmética incluindo a n–ésima linha é 2n + 1; *consequentemente* o elemento da m-ésima coluna na n-ésima linha é

$$3n + 1 + (m - 1).(2n + 1) = (2m + 1)n + m.$$

Então, se N aparece na tabela, N = (2m +1)n + m para certos m e n inteiros. Portanto,

$$2N + 1 = 2(2m + 1)n + 2m + 1 = (2m + 1).(2n + 1)$$

é um número composto (isto é, 2N + 1 não é primo).

b) Se N não está na tabela, 2N + 1 é primo; ou melhor, se 2N + 1 *não é primo*, N está na tabela.

Assim, suponhamos que 2N +1 = a.b onde a, b são inteiros maiores que 1. Como 2N + 1 é ímpar, a e b devem ser ímpares, logo:

$$a = 2x + 1, \quad b = 2y + 1,$$

(pois par x par = par e par x ímpar = par)

De forma que

$$2N + 1 = ab = (2x + 1).(2y + 1) = 2x(2y + 1) + 2y + 1$$

$$2N = 2x(2y + 1) + 2y.$$

e

$$N = (2y +1)x + y$$

Mas isto significa que N é o número da x-ésima coluna na y-ésima linha da tabela. E então concluímos que 2N + 1 é um número primo se e só se N não aparece na tabela.

■

Nota: Denotaremos por $N_{m,n}$ um número natural da tabela de Sundaram. Tem-se da demonstração que:

$$N_{m,n} = m + 2mn + n; \quad \text{para } m,n \in \mathbb{N}$$

Por exemplo:

$N_{27,43} = 2392$.

Portanto, 2392 aparece na tabela. Assim $2N_{27,43} + 1 = 4785$ não é primo.

$N_{71,99} = 14228$.

Logo, $2N_{71,99} + 1 = 28457$ não é primo.

$N_{1579,4351} = 13.746.388$

Então $2N_{1579,4351} + 1 = 27.492.777$ não é primo.

Conclusão

Ao decorrer do curso lidei com várias situações. Entre elas a perda irreparável do meu querido avô, meu tio, e a doença da minha mãe. Apesar de tudo busquei forças para continuar lutando pelo meu sonho.

Este trabalho motivou-me de certa forma pela magia que os números podem nos proporcionar.

Nosso objetivo foi buscar despertar a curiosidade e o interesse pela matemática.

Espero que você também tenha gostado.

Bibliografia

HONSBERGER, Ross. **Ingenuity in mathematics**. Washington: Mathematical Association of America,1970.- 204p.

DOMINGUES, Hygino H. (Hygino Hugueros). **Fundamentos de aritmetica**. São Paulo: Atual, 1991. 297p.

RIBENBOIM, Paulo. **The new book of prime number records**. New York: Springer, 1995. 541p.

HARDY, G. H. (Godfrey Harold); WRIGHT, E. M. **An introduction to the theory of numbers**. 2nd ed. Oxford: Clarendoon Press, 1979. 426p.

ANEXOS

Anexo (Quarta Curiosidade)

Obs1: Se (a – d) = 2, T(M) poderá ter somente os três valores que correspondem a (b – c) = 0, 1, 2.

999(2) + 90(0) = 1998 = 9981.

999(2) + 90(1) = 2088 = 8820.

999(2) + 90(2) = 2178 = 8721.

Se (a - d) = 3, então os possíveis valores para (b – c) são 0, 1, 2, 3 e então:

999(3) + 90(0) = 2997 = 9972.

999(3) + 90(1) = 3087 = 8730.

999(3) + 90(2) = 3177 = 7731.

999(3) + 90(3) = 3267 = 7632.

Analogamente para (a – d) = 4:

999(4) + 90(0) = 3996 = 9963.

999(4) + 90(1) = 4086 = 8640.

999(4) + 90(2) = 4176 = 7641.

999(4) + 90(3) = 4266 = 6642.

999(4) + 90(4) = 4356 = 6543.

Para (a – d) = 5, temos:

999(5) + 90(0) = 4995 = 9954.

999(5) + 90(1) = 5085 = 8550.

999(5) + 90(2) = 5175 = 7551.

999(5) + 90(3) = 5265 = 6552.

999(5) + 90(4) = 5355 = 5553.

999(5) + 90(5) = 5445 = 5544.

Para $(a - d) = 6$, temos:

$$999(6) + 90(0) = 5994 = 9954.$$
$$999(6) + 90(1) = 6084 = 8640.$$
$$999(6) + 90(2) = 6174 = 7641.$$
$$999(6) + 90(3) = 6264 = 6642.$$
$$999(6) + 90(4) = 6354 = 6543.$$
$$999(6) + 90(5) = 6444 = 6444.$$
$$999(6) + 90(6) = 6534 = 6543.$$

Para $(a - d) = 7$, temos:

$$999(7) + 90(0) = 6993 = 9963.$$
$$999(7) + 90(1) = 7083 = 8730.$$
$$999(7) + 90(2) = 7173 = 7731.$$
$$999(7) + 90(3) = 7263 = 7632.$$
$$999(7) + 90(4) = 7353 = 7533.$$
$$999(7) + 90(5) = 7443 = 7443.$$
$$999(7) + 90(6) = 7533 = 7533.$$
$$999(7) + 90(7) = 7623 = 7632.$$

Para $(a - d) = 8$, temos:

$$999(8) + 90(0) = 7992 = 9972.$$
$$999(8) + 90(1) = 8082 = 8820.$$
$$999(8) + 90(2) = 8172 = 8721.$$
$$999(8) + 90(3) = 8262 = 8622.$$
$$999(8) + 90(4) = 8352 = 8532.$$
$$999(8) + 90(5) = 8442 = 8442.$$
$$999(8) + 90(6) = 8532 = 8532.$$
$$999(8) + 90(7) = 8622 = 8622.$$
$$999(8) + 90(8) = 8712 = 8721.$$

Finalmente para $(a - d) = 9$, temos:

$$999(9) + 90(0) = 8991 = 9981.$$
$$999(9) + 90(1) = 9081 = 9810.$$
$$999(9) + 90(2) = 9171 = 9711.$$

$999(9) + 90(3) = 9261 = 9621.$

$999(9) + 90(4) = 9351 = 9531.$

$999(9) + 90(5) = 9441 = 9441.$

$999(9) + 90(6) = 9531 = 9531.$

$999(9) + 90(7) = 9621 = 9621.$

$999(9) + 90(8) = 9711 = 9711.$

$999(9) + 90(9) = 9801 = 9810.$

Obs2: Verificaremos os 30 casos para a conclusão da demonstração do número 6174.

9990:

9990 – 0999 = 8991; 9981 – 1899 = 8082; 8820 – 0288 = 8532;
8532 – 2358 = 6147; 7641 – 1467 = **6174**.

9981:

9981 – 1899 = 8082; 8820 – 0288 = 8532; 8532 – 2358 = 6147;
7641 – 1467 = **6174**.

9972:

9972 – 2799 = 7173; 7731 – 1377 = 6354; 6543 – 3456 = 3087;
8730 – 0378 = 8352; 8532 – 2358 = **6174**.

9963:

9963 – 3699 = 6264; 6642 – 2466 = 4176; 7641 – 1467 = **6174**.

9954:

9954 – 4599 = 5355; 5553 – 3555 = 1998; 9981 – 1899 = 8082;
8820 – 0288 = 8532; 8532 – 2358 = **6174**.

9810:

9810 – 0189 = 9621; 9621 – 1269 = 8352; 8532 – 2358 = **6174**.

9711:

9711 – 1179 = 8532; 8532 – 2358 = **6174**.

9621:

9621 – 1269 = 8352; 8532 – 2358 = **6174**.

9531:

9531 – 1359 = 8172; 8721 – 1278 = 7443; 7443 – 3447 = 3996;
9963 – 3699 = 6264; 6642 – 2466 = 4176; 7641 – 1467 = **6174**.

9441:

9441 – 1449 = 7992; 9972 – 2799 = 7173; 7731 – 1377 = 6354;
6543 – 3456 = 3087; 8730 – 0378 = 8352; 8532 – 2358 = **6174**.

8820:

8820 – 0288 = 8532; 8532 – 2358 = **6174**.

8730:

8730 – 0378 = 8352; 8532 – 2358 = **6174**.

8721:

8721 – 1278 = 7443; 7443 – 3447 = 3996; 9963 – 3699 = 6264;
6642 – 2466 = 4176; 7641 – 1467 = **6174**.

8640:

8640 – 0468 = 8172; 8721 – 1278 = 7443; 7443 – 3447 = 3996;
9963 – 3699 = 6264; 6642 – 2466 = 4176; 7641 – 1467 = **6174**.

8622:

8622 – 2268 = 6354; 6543 – 3456 = 3087; 8730 – 0378 = 8352;
8532 – 2358 = **6174**.

8550:

8550 – 0558 = 7992; 9972 – 2799 = 7173; 7731 – 1377 = 6354;

6543 – 3456 = 3087; 8730 – 0378 = 8352; 8532 – 2358 = **6174**.

8532:

8532 – 2358 = **6174**.

8442:

8442 – 2448 = 5994; 9954 – 4599 = 5355; 5553 – 3555 = 1998;
9981 – 1899 = 8082; 8820 – 0288 = 8532; 8532 – 2358 = **6174**.

7731:

7731 – 1377 = 6354; 6543 – 3456 = 3087; 8730 – 0378 = 8352;
8532 – 2358 = **6174**.

7641:

7641 – 1467 = **6174**.

7632:

7632 – 2367 = 5265; 6552 – 2556 = 3996; 9963 – 3699 = 6264;
6642 – 2466 = 4176; 7641 – 1467 = **6174**.

7551:

7551 – 1557 = 5994; 9954 – 4599 = 5355; 5553 – 3555 = 1998;
9981 – 1899 = 8082; 8820 – 0288 = 8532; 8532 – 2358 = **6174**.

7533:

7533 – 3357 = 4176; 7641 – 1467 = **6174**.

6642:

6642 – 2466 = 4176; 7641 – 1467 = **6174**.

6552:

6552 – 2556 = 3996; 9963 – 3699 = 6264; 6642 – 2466 = 4176;
7641 – 1467 = **6174**.

6543:

6543 – 3456 = 3087; 8730 – 0378 = 8352; 8532 – 2358 = **6174**.

6444:

6444 – 4446 = 1998; 9981 – 1899 = 8082; 8820 – 0288 = 8532;
8532 – 2358 = **6174**.

5553:

5553 – 3555 = 1998 = 9981 = 1899 = 8082; 8820 – 0288 = 8532;
8532 – 2358 = **6174**.

5544:

5544 – 4455 = 1089; 9810 – 0189 = 9621; 9621 – 1269 = 8352;
8532 – 2358 = **6174**.

■

Obs3: Abaixo segue as contas que foram feitas para obtermos os 384 resultados de D_1 quando M tiver 6 dígitos.

Para (a – f) = 1, temos (b – e) = 0 ou 1, da mesma forma, (c – d) = 0 ou 1. Então:

99999(1) + 9990(0) + 900(0) = 099999 = 999990
99999(1) + 9990(0) + 900(1) = 100899 = 998100
99999(1) + 9990(1) + 900(0) = 109989 = 999810
99999(1) + 9990(1) + 900(1) = 110889 = 988110

Para (a – f) = 2, temos (b – e) = 0 ou 1 ou 2, e da mesma forma, (c – d) = 0 ou 1 *ou* 2. Ent*ão*:

99999(2) + 9990(0) + 900(0) = 199998 = 999981
99999(2) + 9990(0) + 900(1) = 200898 = 988002
99999(2) + 9990(0) + 900(2) = 201798 = 987210
99999(2) + 9990(1) + 900(0) = 209988 = 998820

$99999(2) + 9990(1) + 900(1) = 210888 = 888210$

$99999(2) + 9990(1) + 900(2) = 211788 = 887211$

$99999(2) + 9990(2) + 900(0) = 219978 = 998721$

$99999(2) + 9990(2) + 900(1) = 220878 = 887220$

$99999(2) + 9990(2) + 900(2) = 221778 = 877221$

Para $(a - f) = 3$, temos $(b - e) = 0$ ou 1 ou 2 ou 3 e $(c - d) = 0$ ou 1 ou 2 ou 3. Então:

$99999(3) + 9990(0) + 900(0) = 299997 = 999972$

$99999(3) + 9990(0) + 900(1) = 300897 = 987300$

$99999(3) + 9990(0) + 900(2) = 301797 = 977310$

$99999(3) + 9990(0) + 900(3) = 302697 = 976320$

$99999(3) + 9990(1) + 900(0) = 309987 = 998730$

$99999(3) + 9990(1) + 900(1) = 310887 = 887310$

$99999(3) + 9990(1) + 900(2) = 311787 = 877311$

$99999(3) + 9990(1) + 900(3) = 312687 = 876321$

$99999(3) + 9990(2) + 900(0) = 319977 = 997731$

$99999(3) + 9990(2) + 900(1) = 320877 = 877320$

$99999(3) + 9990(2) + 900(2) = 321777 = 777321$

$99999(3) + 9990(2) + 900(3) = 322677 = 776322$

$99999(3) + 9990(3) + 900(0) = 329967 = 997632$

$99999(3) + 9990(3) + 900(1) = 330867 = 876330$

$99999(3) + 9990(3) + 900(2) = 331767 = 776331$

$99999(3) + 9990(3) + 900(3) = 332667 = 766332$

Para $(a - f) = 4$, $(b - e) = 0$ ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 , e $(c - d) = 0$ ou 1 ou 2 ou 3 ou 4. Então:

$99999(4) + 9990(0) + 900(0) = 399996 = 999963$

$99999(4) + 9990(0) + 900(1) = 400896 = 986400$

$99999(4) + 9990(0) + 900(2) = 401796 = 976410$

$99999(4) + 9990(0) + 900(3) = 402696 = 966420$

$99999(4) + 9990(0) + 900(4) = 403596 = 965430$

$$99999(4) + 9990(1) + 900(0) = 409986 = 998640$$
$$99999(4) + 9990(1) + 900(1) = 410886 = 886410$$
$$99999(4) + 9990(1) + 900(2) = 411786 = 876411$$
$$99999(4) + 9990(1) + 900(3) = 412686 = 866421$$
$$99999(4) + 9990(1) + 900(4) = 413586 = 865431$$
$$99999(4) + 9990(2) + 900(0) = 419976 = 997641$$
$$99999(4) + 9990(2) + 900(1) = 420876 = 876420$$
$$99999(4) + 9990(2) + 900(2) = 421776 = 776421$$
$$99999(4) + 9990(2) + 900(3) = 422676 = 766422$$
$$99999(4) + 9990(2) + 900(4) = 423576 = 765432$$
$$99999(4) + 9990(3) + 900(0) = 429966 = 996642$$
$$99999(4) + 9990(3) + 900(1) = 430866 = 866430$$
$$99999(4) + 9990(3) + 900(2) = 431766 = 766431$$
$$99999(4) + 9990(3) + 900(3) = 432666 = 666432$$
$$99999(4) + 9990(3) + 900(4) = 433566 = 665433$$
$$99999(4) + 9990(4) + 900(0) = 439956 = 996543$$
$$99999(4) + 9990(4) + 900(1) = 440856 = 865440$$
$$99999(4) + 9990(4) + 900(2) = 441756 = 765441$$
$$99999(4) + 9990(4) + 900(3) = 442656 = 665442$$
$$99999(4) + 9990(4) + 900(4) = 443556 = 655443$$

Para $(a - f) = 5$, $(b - e) = 0$ ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5; e $(c - d) = 0$ ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5. Então:

$$99999(5) + 9990(5) + 900(0) = 499995 = 999954$$
$$99999(5) + 9990(0) + 900(1) = 500895 = 985500$$
$$99999(5) + 9990(0) + 900(2) = 501795 = 975510$$
$$99999(5) + 9990(0) + 900(3) = 502695 = 965520$$
$$99999(5) + 9990(0) + 900(4) = 503595 = 955530$$
$$99999(5) + 9990(0) + 900(5) = 504495 = 955440$$
$$99999(5) + 9990(1) + 900(0) = 509985 = 998550$$
$$99999(5) + 9990(1) + 900(1) = 510885 = 885510$$
$$99999(5) + 9990(1) + 900(2) = 511785 = 875511$$
$$99999(5) + 9990(1) + 900(3) = 512685 = 865521$$

99999(5) + 9990(1) + 900(4) = 513585 = 855531

99999(5) + 9990(1) + 900(5) = 514485 = 855441

99999(5) + 9990(2) + 900(0) = 519975 = 997551

99999(5) + 9990(2) + 900(1) = 520875 = 875520

99999(5) + 9990(2) + 900(2) = 521775 = 775521

99999(5) + 9990(2) + 900(3) = 522675 = 765522

99999(5) + 9990(2) + 900(4) = 523575 = 755532

99999(5) + 9990(2) + 900(5) = 524475 = 755442

99999(5) + 9990(3) + 900(0) = 529965 = 996552

99999(5) + 9990(3) + 900(1) = 630865 = 866530

99999(5) + 9990(3) + 900(2) = 531765 = 765531

99999(5) + 9990(3) + 900(3) = 532665 = 665532

99999(5) + 9990(3) + 900(4) = 533565 = 655533

99999(5) + 9990(3) + 900(5) = 534465 = 655443

99999(5) + 9990(4) + 900(0) = 539955 = 995553

99999(5) + 9990(4) + 900(1) = 540855 = 855540

99999(5) + 9990(4) + 900(2) = 541755 = 755541

99999(5) + 9990(4) + 900(3) = 542655 = 655542

99999(5) + 9990(4) + 900(4) = 543555 = 555543

99999(5) + 9990(4) + 900(5) = 544455 = 555444

99999(5) + 9990(5) + 900(0) = 549945 = 995544

99999(5) + 9990(5) + 900(1) = 550845 = 855540

99999(5) + 9990(5) + 900(2) = 551745 = 755541

99999(5) + 9990(5) + 900(3) = 552645 = 655542

99999(5) + 9990(5) + 900(4) = 553545 = 555543

99999(5) + 9990(5) + 900(5) = 554445 = 555444

Para (a – f) = 6, (b – e) = 0 ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6; e (c – d) = 0 ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6. Então:

99999(6) + 9990(0) + 900(0) = 599994 = 999954

99999(6) + 9990(0) + 900(1) = 600894 = 986400

99999(6) + 9990(0) + 900(2) = 601794 = 976410

99999(6) + 9990(0) + 900(3) = 602694 = 966420

99999(6) + 9990(0) + 900(4) = 603594 = 965430

99999(6) + 9990(0) + 900(5) = 604494 = 964440

99999(6) + 9990(0) + 900(6) = 605394 = 965430

99999(6) + 9990(1) + 900(0) = 609984 = 998640

99999(6) + 9990(1) + 900(1) = 610884 = 886410

99999(6) + 9990(1) + 900(2) = 611784 = 876411

99999(6) + 9990(1) + 900(3) = 612684 = 866421

99999(6) + 9990(1) + 900(4) = 613584 = 865431

99999(6) + 9990(1) + 900(5) = 614484 = 864441

99999(6) + 9990(1) + 900(6) = 615384 = 865431

99999(6) + 9990(2) + 900(0) = 619974 = 997641

99999(6) + 9990(2) + 900(1) = 620874 = 876420

99999(6) + 9990(2) + 900(2) = 621774 = 776421

99999(6) + 9990(2) + 900(3) = 622674 = 766422

99999(6) + 9990(2) + 900(4) = 623574 = 765432

99999(6) + 9990(2) + 900(5) = 224474 = 744422

99999(6) + 9990(2) + 900(6) = 625374 = 765432

99999(6) + 9990(3) + 900(0) = 629964 = 996642

99999(6) + 9990(3) + 900(1) = 630864 = 866430

99999(6) + 9990(3) + 900(2) = 631764 = 766431

99999(6) + 9990(3) + 900(3) = 632664 = 666432

99999(6) + 9990(3) + 900(4) = 633564 = 665433

99999(6) + 9990(3) + 900(5) = 634464 = 664443

99999(6) + 9990(3) + 900(6) = 635364 = 665433

99999(6) + 9990(4) + 900(0) = 639954 = 996543

99999(6) + 9990(4) + 900(1) = 636264 = 666432

99999(6) + 9990(4) + 900(2) = 637164 = 766431

99999(6) + 9990(4) + 900(3) = 638064 = 866430

99999(6) + 9990(4) + 900(4) = 638964 = 986643

99999(6) + 9990(4) + 900(5) = 639864 = 986643

99999(6) + 9990(4) + 900(6) = 640764 = 766440

99999(6) + 9990(5) + 900(0) = 649944 = 996444

99999(6) + 9990(5) + 900(1) = 650844 = 865440

99999(6) + 9990(5) + 900(2) = 651744 = 765441

99999(6) + 9990(5) + 900(3) = 652644 = 665442

99999(6) + 9990(5) + 900(4) = 653544 = 655443

99999(6) + 9990(5) + 900(5) = 654444 = 654444

99999(6) + 9990(5) + 900(6) = 655344 = 655443

99999(6) + 9990(6) + 900(0) = 659934 = 996543

99999(6) + 9990(6) + 900(1) = 660834 = 866430

99999(6) + 9990(6) + 900(2) = 661734 = 766431

99999(6) + 9990(6) + 900(3) = 662634 = 666432

99999(6) + 9990(6) + 900(4) = 663534 = 665433

99999(6) + 9990(6) + 900(5) = 664434 = 664443

99999(6) + 9990(6) + 900(6) = 665334 = 665433

Para (a – f) = 7, (b – e) = 0 ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6 ou 7; e (c – d) = 0 ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 o 5 ou 6 ou 7. Então:

99999(7) + 9990(0) + 900(0) = 699993 = 999963

99999(7) + 9990(0) + 900(1) = 700893 = 987300

99999(7) + 9990(0) + 900(2) = 701793 = 977310

99999(7) + 9990(0) + 900(3) = 702693 = 976320

99999(7) + 9990(0) + 900(4) = 703593 = 975330

99999(7) + 9990(0) + 900(5) = 704493 = 974430

99999(7) + 9990(0) + 900(6) = 705393 = 975330

99999(7) + 9990(0) + 900(7) = 706293 = 976320

99999(7) + 9990(1) + 900(0) = 709983 = 998730

99999(7) + 9990(1) + 900(1) = 710883 = 887310

99999(7) + 9990(1) + 900(2) = 711783 = 877311

99999(7) + 9990(1) + 900(3) = 712683 = 876321

99999(7) + 9990(1) + 900(4) = 713583 = 875331

99999(7) + 9990(1) + 900(5) = 714483 = 874431

99999(7) + 9990(1) + 900(6) = 715383 = 875331

99999(7) + 9990(1) + 900(7) = 716283 = 876321

99999(7) + 9990(2) + 900(0) = 719973 = 997731

99999(7) + 9990(2) + 900(1) = 720873 = 877320

99999(7) + 9990(2) + 900(2) = 721773 = 777321

99999(7) + 9990(2) + 900(3) = 722673 = 776322

99999(7) + 9990(2) + 900(4) = 723573 = 775332

99999(7) + 9990(2) + 900(5) = 724473 = 774432

99999(7) + 9990(2) + 900(6) = 725373 = 775332

99999(7) + 9990(2) + 900(7) = 726273 = 776322

99999(7) + 9990(3) + 900(0) = 729963 = 997632

99999(7) + 9990(3) + 900(1) = 730863 = 876330

99999(7) + 9990(3) + 900(2) = 731763 = 776331

99999(7) + 9990(3) + 900(3) = 732663 = 766332

99999(7) + 9990(3) + 900(4) = 733563 = 765333

99999(7) + 9990(3) + 900(5) = 734463 = 764433

99999(7) + 9990(3) + 900(6) = 735363 = 765333

99999(7) + 9990(3) + 900(7) = 736263 = 766332

99999(7) + 9990(4) + 900(0) = 739953 = 997533

99999(7) + 9990(4) + 900(1) = 740853 = 875430

99999(7) + 9990(4) + 900(2) = 741753 = 775431

99999(7) + 9990(4) + 900(3) = 742653 = 765432

99999(7) + 9990(4) + 900(4) = 743553 = 755433

99999(7) + 9990(4) + 900(5) = 744453 = 754443

99999(7) + 9990(4) + 900(6) = 745353 = 755433

99999(7) + 9990(4) + 900(7) = 746253 = 765432

99999(7) + 9990(5) + 900(0) = 749943 = 997443

99999(7) + 9990(5) + 900(1) = 750843 = 875430

99999(7) + 9990(5) + 900(2) = 751743 = 775431

99999(7) + 9990(5) + 900(3) = 752643 = 765432

99999(7) + 9990(5) + 900(4) = 753543 = 755433

99999(7) + 9990(5) + 900(5) = 754443 = 754443

99999(7) + 9990(5) + 900(6) = 755343 = 755433

99999(7) + 9990(5) + 900(7) = 756243 = 765432

99999(7) + 9990(6) + 900(0) = 759933 = 997533

99999(7) + 9990(6) + 900(1) = 760833 = 876330

99999(7) + 9990(6) + 900(2) = 761733 = 776331

99999(7) + 9990(6) + 900(3) = 762633 = 766332

99999(7) + 9990(6) + 900(4) = 763533 = 765333

99999(7) + 9990(6) + 900(5) = 764433 = 764433

99999(7) + 9990(6) + 900(6) = 765333 = 765333

99999(7) + 9990(6) + 900(7) = 766233 = 766332

99999(7) + 9990(7) + 900(0) = 769923 = 997632

99999(7) + 9990(7) + 900(1) = 770823 = 877320

99999(7) + 9990(7) + 900(2) = 771723 = 777321

99999(7) + 9990(7) + 900(3) = 772623 = 776322

99999(7) + 9990(7) + 900(4) = 773523 = 775332

99999(7) + 9990(7) + 900(5) = 774423 = 774432

99999(7) + 9990(7) + 900(6) = 775323 = 775332

99999(7) + 9990(7) + 900(7) = 776223 = 776322

Para (a – f) = 8, (b – e) = 0 ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6 ou 7 ou 8; e (c – d) = 0 ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6 ou 7 ou 8. Então:

99999(8) + 9990(0) + 900(0) = 799992 = 999972

99999(8) + 9990(0) + 900(1) = 800892 = 988200

99999(8) + 9990(0) + 900(2) = 801792 = 987210

99999(8) + 9990(0) + 900(3) = 802692 = 986220

99999(8) + 9990(0) + 900(4) = 803592 = 985320

99999(8) + 9990(0) + 900(5) = 804492 = 984420

99999(8) + 9990(0) + 900(6) = 805392 = 985320

99999(8) + 9990(0) + 900(7) = 806292 = 986220

99999(8) + 9990(0) + 900(8) = 807192 = 987210

99999(8) + 9990(1) + 900(0) = 809982 = 998820

99999(8) + 9990(1) + 900(1) = 810882 = 888210

99999(8) + 9990(1) + 900(2) = 811782 = 887211

99999(8) + 9990(1) + 900(3) = 812682 = 886221

99999(8) + 9990(1) + 900(4) = 813582 = 885321

99999(8) + 9990(1) + 900(5) = 814482 = 884421

99999(8) + 9990(1) + 900(6) = 815382 = 885321

99999(8) + 9990(1) + 900(7) = 816282 = 886221

99999(8) + 9990(1) + 900(8) = 817182 = 887211

99999(8) + 9990(2) + 900(0) = 819972 = 998721

99999(8) + 9990(2) + 900(1) = 820872 = 887220

99999(8) + 9990(2) + 900(2) = 821772 = 877221

99999(8) + 9990(2) + 900(3) = 822672 = 876222

99999(8) + 9990(2) + 900(4) = 823572 = 875322

99999(8) + 9990(2) + 900(5) = 824472 = 874422

99999(8) + 9990(2) + 900(6) = 825372 = 875322

99999(8) + 9990(2) + 900(7) = 826272 = 876222

99999(8) + 9990(2) + 900(8) = 827172 = 877221

99999(8) + 9990(3) + 900(0) = 829962 = 998622

99999(8) + 9990(3) + 900(1) = 830862 = 886320

99999(8) + 9990(3) + 900(2) = 831762 = 876321

99999(8) + 9990(3) + 900(3) = 832662 = 866322

99999(8) + 9990(3) + 900(4) = 833562 = 865332

99999(8) + 9990(3) + 900(5) = 834462 = 864432

99999(8) + 9990(3) + 900(6) = 835362 = 865332

99999(8) + 9990(3) + 900(7) = 836262 = 866322

99999(8) + 9990(3) + 900(8) = 837162 = 876321

99999(8) + 9990(4) + 900(0) = 839952 = 998532

99999(8) + 9990(4) + 900(1) = 840852 = 885420

99999(8) + 9990(4) + 900(2) = 841752 = 875421

99999(8) + 9990(4) + 900(3) = 842652 = 865422

99999(8) + 9990(4) + 900(4) = 843552 = 855432

99999(8) + 9990(4) + 900(5) = 844452 = 854442

99999(8) + 9990(4) + 900(6) = 845352 = 855432

99999(8) + 9990(4) + 900(7) = 846252 = 865422

99999(8) + 9990(4) + 900(8) = 847152 = 875421

99999(8) + 9990(5) + 900(0) = 849942 = 998442

99999(8) + 9990(5) + 900(1) = 850842 = 885420

99999(8) + 9990(5) + 900(2) = 851742 = 875421

99999(8) + 9990(5) + 900(3) = 852642 = 865422

99999(8) + 9990(5) + 900(4) = 853542 = 855432

99999(8) + 9990(5) + 900(5) = 854442 = 854442

99999(8) + 9990(5) + 900(6) = 855342 = 855432

99999(8) + 9990(5) + 900(7) = 856242 = 865422

99999(8) + 9990(5) + 900(8) = 857142 = 875421

99999(8) + 9990(6) + 900(0) = 859932 = 998532

99999(8) + 9990(6) + 900(1) = 960832 = 986320

99999(8) + 9990(6) + 900(2) = 861732 = 876321

99999(8) + 9990(6) + 900(3) = 862632 = 866322

99999(8) + 9990(6) + 900(4) = 863532 = 865332

99999(8) + 9990(6) + 900(5) = 864432 = 864432

99999(8) + 9990(6) + 900(6) = 865332 = 865332

99999(8) + 9990(6) + 900(7) = 866232 = 866322

99999(8) + 9990(6) + 900(8) = 867132 = 876321

99999(8) + 9990(7) + 900(0) = 869922 = 998622

99999(8) + 9990(7) + 900(1) = 870822 = 887220

99999(8) + 9990(7) + 900(2) = 871722 = 877221

99999(8) + 9990(7) + 900(3) = 872622 = 876222

99999(8) + 9990(7) + 900(4) = 873522 = 875322

99999(8) + 9990(7) + 900(5) = 874422 = 874422

99999(8) + 9990(7) + 900(6) = 875322 = 875322

99999(8) + 9990(7) + 900(7) = 876222 = 876222

99999(8) + 9990(7) + 900(8) = 877122 = 877221

99999(8) + 9990(8) + 900(0) = 879912 = 998721

99999(8) + 9990(8) + 900(1) = 880812 = 888210

99999(8) + 9990(8) + 900(2) = 881712 = 887211

99999(8) + 9990(8) + 900(3) = 882612 = 886221

99999(8) + 9990(8) + 900(4) = 883512 = 885321

99999(8) + 9990(8) + 900(5) = 884412 = 884421

99999(8) + 9990(8) + 900(6) = 885312 = 885321

99999(8) + 9990(8) + 900(7) = 886212 = 886221

99999(8) + 9990(8) + 900(8) = 887112 = 887211

Para (a – f) = 9, (b- e) = 0 ou 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6 ou 7 ou 8 ou 9; *e* (c – d) = *0 ou* 1 *ou* 2 *ou* 3 *ou* 4 *ou* 5 *ou* 6 *ou* 7 *ou* 8 *ou* 9. Então:

99999(9) + 9990(0) + 900(0) = 899991 = 999981

99999(9) + 9990(0) + 900(1) = 900891 = 998100

99999(9) + 9990(0) + 900(2) = 901791 = 997110

99999(9) + 9990(0) + 900(3) = 902691 = 996210

99999(9) + 9990(0) + 900(4) = 903591 = 995310

99999(9) + 9990(0) + 900(5) = 904491 = 994410

99999(9) + 9990(0) + 900(6) = 905391 = 995310

99999(9) + 9990(0) + 900(7) = 906291 = 996210

99999(9) + 9990(0) + 900(8) = 907191 = 997110

99999(9) + 9990(0) + 900(9) = 908091 = 998100

99999(9) + 9990(1) + 900(0) = 909981 = 999810

99999(9) + 9990(1) + 900(1) = 910881 = 988110

99999(9) + 9990(1) + 900(2) = 911781 = 987111

99999(9) + 9990(1) + 900(3) = 912681 = 986211

99999(9) + 9990(1) + 900(4) = 913581 = 985311

99999(9) + 9990(1) + 900(5) = 914481 = 984411

99999(9) + 9990(1) + 900(6) = 915381 = 985311

99999(9) + 9990(1) + 900(7) = 916281 = 986211

99999(9) + 9990(1) + 900(8) = 917181 = 987111

99999(9) + 9990(1) + 900(9) = 918081 = 988110

99999(9) + 9990(2) + 900(0) = 919971 = 999711

99999(9) + 9990(2) + 900(1) = 920871 = 987210

99999(9) + 9990(2) + 900(2) = 921771 = 977211

99999(9) + 9990(2) + 900(3) = 922671 = 976221

99999(9) + 9990(2) + 900(4) = 923571 = 975321

99999(9) + 9990(2) + 900(5) = 924471 = 974421

99999(9) + 9990(2) + 900(6) = 925371 = 975321

99999(9) + 9990(2) + 900(7) = 926271 = 976221

99999(9) + 9990(2) + 900(8) = 927171 = 977211

99999(9) + 9990(2) + 900(9) = 928071 = 987210

99999(9) + 9990(3) + 900(0) = 929961 = 999621

99999(9) + 9990(3) + 900(1) = 930861 = 986310

99999(9) + 9990(3) + 900(2) = 931761 = 976311

99999(9) + 9990(3) + 900(3) = 932661 = 966321

99999(9) + 9990(3) + 900(4) = 933561 = 965331

99999(9) + 9990(3) + 900(5) = 934461 = 964431

99999(9) + 9990(3) + 900(6) = 935361 = 965331

99999(9) + 9990(3) + 900(7) = 936261 = 966321

99999(9) + 9990(3) + 900(8) = 937161 = 976311

99999(9) + 9990(3) + 900(9) = 938061 = 986310

99999(9) + 9990(4) + 900(0) = 939951 = 999531

99999(9) + 9990(4) + 900(1) = 940851 = 985410

99999(9) + 9990(4) + 900(2) = 941751 = 975411

99999(9) + 9990(4) + 900(3) = 942651 = 965421

99999(9) + 9990(4) + 900(4) = 943551 = 955431

99999(9) + 9990(4) + 900(5) = 944451 = 954441

99999(9) + 9990(4) + 900(6) = 945351 = 955431

99999(9) + 9990(4) + 900(7) = 946251 = 965421

99999(9) + 9990(4) + 900(8) = 947151 = 975411

99999(9) + 9990(4) + 900(9) = 948051 = 985410

99999(9) + 9990(5) + 900(0) = 949941 = 999441

99999(9) + 9990(5) + 900(1) = 950841 = 985410

99999(9) + 9990(5) + 900(2) = 951741 = 975411

99999(9) + 9990(5) + 900(3) = 952641 = 965421

99999(9) + 9990(5) + 900(4) = 953541 = 955431

99999(9) + 9990(5) + 900(5) = 954441 = 954441

99999(9) + 9990(5) + 900(6) = 955341 = 955431

99999(9) + 9990(5) + 900(7) = 956241 = 965421

99999(9) + 9990(5) + 900(8) = 957141 = 975411

99999(9) + 9990(5) + 900(9) = 958041 = 985410

99999(9) + 9990(6) + 900(0) = 959931 = 999531

99999(9) + 9990(6) + 900(1) = 960831 = 986310

99999(9) + 9990(6) + 900(2) = 961731 = 976311

99999(9) + 9990(6) + 900(3) = 962631 = 966321

99999(9) + 9990(6) + 900(4) = 963531 = 965331

99999(9) + 9990(6) + 900(5) = 964431 = 964431

99999(9) + 9990(6) + 900(6) = 965331 = 965331

99999(9) + 9990(6) + 900(7) = 966231 = 966321

99999(9) + 9990(6) + 900(8) = 967131 = 976311

99999(9) + 9990(6) + 900(9) = 968031 = 986310

99999(9) + 9990(7) + 900(0) = 969921 = 999621

99999(9) + 9990(7) + 900(1) = 970821 = 987210

99999(9) + 9990(7) + 900(2) = 871721 = 877211

99999(9) + 9990(7) + 900(3) = 872621 = 876221

99999(9) + 9990(7) + 900(4) = 973521 = 975321

99999(9) + 9990(7) + 900(5) = 974421 = 974421

99999(9) + 9990(7) + 900(6) = 975321 = 975321

99999(9) + 9990(7) + 900(7) = 976221 = 976221

99999(9) + 9990(7) + 900(8) = 977121 = 977211

99999(9) + 9990(7) + 900(9) = 978021 = 987210

99999(9) + 9990(8) + 900(0) = 979911 = 999711

99999(9) + 9990(8) + 900(1) = 980811 = 988110

99999(9) + 9990(8) + 900(2) = 981711 = 987111

99999(9) + 9990(8) + 900(3) = 982611 = 986211

99999(9) + 9990(8) + 900(4) = 983511 = 985311

99999(9) + 9990(8) + 900(5) = 984411 = 984411

99999(9) + 9990(8) + 900(6) = 985311 = 985311

99999(9) + 9990(8) + 900(7) = 986211 = 986211

99999(9) + 9990(8) + 900(8) = 987111 = 987111

99999(9) + 9990(8) + 900(9) = 988011 = 988110

99999(9) + 9990(9) + 900(0) = 989901 = 999810

99999(9) + 9990(9) + 900(1) = 990801 = 998100

99999(9) + 9990(9) + 900(2) = 991701 = 997110

99999(9) + 9990(9) + 900(3) = 992601 = 996210

99999(9) + 9990(9) + 900(4) = 993501 = 995310

99999(9) + 9990(9) + 900(5) = 994401 = 994410

99999(9) + 9990(9) + 900(6) = 995301 = 995310

99999(9) + 9990(9) + 900(7) = 996201 = 996210

99999(9) + 9990(9) + 900(8) = 997101 = 997110

99999(9) + 9990(9) + 900(9) = 998001 = 998100

Ao organizarmos os dígitos, observamos que muitos números estão repetidos. Portanto dos 384 possíveis resultados de D_1, apenas 153 não são repetidos. (Estes 153 números estão listados na página 29-30).

Obs4 : Vejamos o que acontece ao aplicarmos o mesmo procedimento do número 6174 com estes 153 números:

999990:

999990 – 099999 = 899991; 999981 – 189999 = 809982;
998820 – 028899 = 969921; 999621 – 126999 = 872622;
876222 – 222678 = 653544; 655443 – 344556 = 310887;
887310 – 013788 = 873522; 875322 – 223578 = 651744;
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742;**
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742...**

999981:

999981 – 189999 = 809982; 998820 – 028899 = 969921;
999621 – 126999 = 872622; 876222 – 222678 = 653544;
655443 – 344556 = 310887; 887310 – 013788 = 873522;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742;** 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

999972:

999972 – 279999 = 719973; 997731 – 137799 = 859932;
998532 – 235899 = 762633; 766332 – 233667 = 532665;
665532 – 235566 = 429966; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876;**
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

999963:

999963 – 369999 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876;**
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

999954:

999954 – 459999 = 539955; 995553 – 355599 = 639954;
996543 – 345699 = 650844; 865440 – 044568 = 820872;
887220 – 022788 = 864432; 864432 – 234468 = 629964;
996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;
665442 – 244566 = **420876;** 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

999810:

999810 – 018999 = 980811; 988110 – 011889 = 976221;
976221 – 122679 = 853542; 855432 – 234558 = 620874;
876420 – 024678 = **851742;** 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**....

999711:

999711 – 117999 = 881712; 887211 – 112788 = 774423;
774432 – 234477 = 539955; 995553 – 355599 = 639954;
996543 – 345699 = 650844; 865440 – 044568 = 820872;
887220 – 022788 = 864432; 864432 – 234468 = 629964;
996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;
665442 – 244566 = **420876;** 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;

885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876...**

999621:
999621 – 126999 = 872622; 876222 – 222678 = 653544;
655443 – 344556 = 310887; 887310 – 013788 = 873522;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742;** 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...
999531:
999531 – 135999 = 863532; 865332 – 233568 = **631764**;
766431 – 134667 = **631764...**

999441:
999441 – 144999 = 854442; 854442 – 244458 = 609984;
998640 – 046899 = 951741; 975411 – 114579 = **860832;**
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = **860832**...

998820:
998820 – 028899 = 969921; 999621 – 126999 = 872622;
876222 – 222678 = 653544; 655443 – 344556 = 310887;
887310 – 013788 = 873522; 875322 – 223578 = 651744;
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742;**
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

998730:

998730 – 037899 = 960831; 986310 – 013689 = 972621;
976221 – 122679 = 853542; 855432 – 235448 = 619984;
998641 – 146899 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

998721:

998721 – 127899 = 870822; 887220 – 022788 = 864432;
864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

998640:

998640 – 046899 = 951741; 975411 – 114579 = **860832**;
886320 – 023688 – 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = **860832**...

998622:

998622 – 226899 = 771723; 777321 – 123777 = 653544;
655443 – 344556 = 310887; 887310 – 013788 = 873522;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

998550:

998550 – 055899 = 942651; 965421 – 124569 = **840852**;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = **840852**.

998532:

998532 – 235899 = 762633; 766332 – 233667 = 532665;
665532 – 235566 = 429966; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**.

998442:

998442 – 244899 = 753543; 755433 – 334557 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**.

998100:

998100 – 001899 = 996201; 996210 – 012699 = 983511;
985311 – 113589 = 871722; 877221 – 122778 = 754443;
754443 – 344457 = 409986; 998640 – 046899 = 951741;
975411 – 114579 = **860832**; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = **860832**.

997731:

997731 – 137799 = 859932; 998532 – 235899 = 762633;

766332 – 233667 = 532665; 665532 – 235566 = 429966;
996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;
665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876...**

997641:
997641 – 146799 = 850842; 885420 – 024588 = **860832**;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = **860832**...

997632:
997632 – 236799 = 760833; 876330 – 033678 = 842652;
865422 – 224568 = 640854; 865440 – 044568 = 820872;
887220 – 022788 = 864432; 864432 – 234468 = 629964;
996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;
665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

997551:
997551 – 155799 = 841752; 875421 – 124578 = **750843**;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = **750843**...

997533:
997533 – 335799 = 661734; 766431 – 134667 = **631764**;
766431 – 134667 = **631764...**

997443:

997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 – 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

997110:

997110 – 011799 = 985311; 985311 – 113589 = 871722;
877221 – 122778 = 754443; 754443 – 344457 = 409986;
998640 – 046899 = 951741; 975411 – 114579 = **860832**;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = **860832**...

996642:

996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;
665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

996552:

996552 – 255699 = 740853; 875430 – 034578 = **840852**;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = **840852**...

996543:

996543 – 345699 = 650844; 865440 – 044568 = 820872;
887220 – 022788 = 864432; 864432 – 234468 = 629964;
996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;

665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

996444:
996444 – 444699 = 551745; 755541 – 145557 = 609984;
998640 – 046899 = 951741; 975411 – 114579 = **860832**;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = **860832**...

996210:
996210 – 012699 = 983511; 985311 – 113589 = 871722;
877221 – 122778 = 754443; 754443 – 344457 = 409986;
998640 – 046899 = 951741; 975411 – 114579 = **860832**;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = **860832**...

995553:
995553 – 355599 = 639954; 996543 – 345699 = 650844;
865440 – 044568 = 820872; 887220 – 022788 = 864432;
864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

995544:
995544 – 445599 = **549945**; 995544 – 445599 = **549945**...

995310:

995310 – 013599 = 981711; 987111 – 111789 = 875322;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742...**

994410:

994410 – 014499 = 979911; 999711 – 117999 = 881712;
887211 – 112788 = 774423; 774432 – 234477 = 539955;
995553 – 355599 = 639954; 996543 – 345699 = 650844;
865440 – 044568 = 820872; 887220 – 022788 = 864432;
864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

988200:

988200 – 002889 = 985311; 985311 – 113589 = 871722;
877221 – 122778 = 754443; 754443 – 344457 = 409986;
998640 – 046899 = 951741; 975411 – 114579 = **860832**;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 841742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = **860832**...

988110:

988110 – 011889 = 976221; 976221 – 122679 = 853542;
855432 – 234558 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;

866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

987300:
987300 – 003789 = 983511; 985311 – 113589 = 871722;
877221 – 122778 = 754443; 754443 – 344457 = 409986;
998640 – 046899 = 951741; 975411 – 114579 = **860832**;
886320 – 023688 – 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = **860832**...

987210:
987210 – 012789 = 974421; 974421 – 124479 = 849942;
998442 – 244899 = 753543; 755433 – 334557 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

987111:
987111 – 111789 = 875322; 875322 – 223578 = 651744;
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

986643:
986643 – 346689 = 639954; 996543 – 345699 = 650844;
865440 – 044568 = 820872; 887220 – 022788 = 864432;
864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;

875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

986400:
986400 – 004689 = 981711; 987111 – 111789 = 875322;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

986310:
986310 – 013689 = 972621; 976221 – 122679 = 853542;
855432 – 234558 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

986220:
986220 – 022689 = 963531; 965331 – 133569 = 831762;
876321 – 123678 = 852643; 865432 – 234568 = 630864;
866430 – 034668 = 831762; 876321 – 123678 = 752643;
765432 – 234567 = 530865; 865530 – 035568 = 829962;
998622 – 226899 = 771723; 777321 – 123777 = 653544;
655443 – 344556 = 310887; 887310 – 013788 = 873522;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

986211:

986211 – 112689 = 873522; 875322 – 223578 = 651744;
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

985500:

985500 – 005589 = 979911; 999711 – 117999 = 881712;
887211 – 112788 = 774423; 774432 – 234477 = 539955;
995553 – 355599 = 639954; 996543 – 345699 = 650844;
865440 – 044568 = 820872; 887220 – 022788 = 864432;
864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

985410:

985410 – 014589 = 970821; 987210 – 012789 = 974421;
974421 – 124479 = 849942; 998442 – 244899 = 753543;
755433 – 334557 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

985320:

985320 – 023589 = 961731; 976311 – 113679 = **862632**;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = **862632**...

985311:

985311 – 113589 = 871722; 877221 – 122778 = 754443;
754443 – 344457 = 409986; 998640 – 046899 = 951741;
975411 – 114579 = **860832**; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = **860832**...

984420:

984420 – 024489 = 959931; 999531 – 135999 = 863532;
865332 – 233568 = **631764**; 766431 – 134667 = **631764**...

984411:

984411 – 114489 = 869922; 998622 – 226899 = 771723;
777321 – 123777 = 653544; 655443 – 344556 = 310887;
887310 – 013788 = 873522; 875322 – 223578 = 651744;
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

977310:

977310 – 013779 = 963531; 965331 – 133569 = 831762;
876321 – 123678 = 752643; 765432 – 234567 = 530865;
865530 – 035568 = 829962; 998622 – 226899 = 771723;
777321 – 123777 = 653544; 655443 – 344556 = 310887;
887310 – 013788 = 873522; 875322 – 223578 = 651744;
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

977211:

977211 – 112779 = 864432; 864432 – 234468 = 629964;
996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;
665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

976410:

976410 – 014679 = 961731; 976311 – 113679 = **862632**;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = **862632**...

976320:

976320 – 023679 = 952641; 965421 – 124569 = **840852**;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = **840852**...

976311:

976311 – 113679 = **862632**; 866322 – 223668 = 642632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = **862632**...

976221:

976221 – 122679 = 853542; 855432 – 234558 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;

665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

975510:

975510 – 015579 = 959931; 999531 – 135999 = 863532;

865332 – 233568 = **631764**; 766431 – 134667 = **631764**...

975411:

975411 – 114579 = **860832**; 886320 – 023688 = 862632;

866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;

876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;

875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = **860832**...

975330:

975330 – 033579 = 941751; 975411 – 114579 = **860832**;

886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;

665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;

875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;

885420 – 024588 = **860832**...

975321:

975321 – 123579 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;

875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;

886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;

665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

974430:

974430 – 034479 = 939951; 999531 – 135999 = 863532;

865332 – 233568 = **631764**; 766431 – 134667 = **631764**...

974421:

974421 – 124479 = 849942; 998442 – 244899 = 753543;

755433 – 334557 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;

875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578= 840852;

885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;

866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

966420:

966420 – 024669 = 941751; 975411 – 114579 = **860832**;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = **860832**...

966321;

966321 – 123669 = 842652; 865422 – 224568 = 640854;
865440 – 044568 = 820872; 887220 – 022788 = 864432;
864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

965520:

965520 – 025569 = 939951; 999531 – 135999 = 863532;
865332 – 233568 = **631764**; 766431 – 134667 = **631764**...

965430:

965430 – 034569 = 930861; 986310 – 013689 = 972621;
976221 – 122679 = 853542; 855432 – 234558 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

965421:

965421 – 124569 = **840852**; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;

665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = **840852**...

965331:
965331 – 133569 = 831762; 876321 – 123678 = 752643;
765432 – 234567 = 530865; 865530 – 035568 = 829962;
998622 – 226899 = 771723; 777321 – 123777 = 653544;
655443 – 344556 = 310887; 887310 – 013788 = 873522;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

964440:
964440 – 044469 = 919971; 999711 – 117999 = 881712;
887211 – 112788 = 774423; 774432 – 234477 = 539955;
995553 – 355599 = 639954; 996543 – 345699 = 650844;
865440 – 044568 = 820872; 887220 – 022788 = 864432;
864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

964431:
964431 – 134469 = 829962; 998622 – 226899 = 771723;
777321 – 123777 = 653544; 655443 – 344556 = 310887;
887310 – 013788 = 873522; 875322 – 223578 = 651744;
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;

876420 – 024678 = **851742**...

955530:

955530 – 035559 = 919971; 999711 – 117999 = 881712;
887211 – 112788 = 774423; 774432 – 234477 = 539955;
995553 – 355599 = 639954; 996543 – 345699 = 650844;
865440 – 044568 = 820872; 887220 – 022788 = 864432;
864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

955440:

955440 – 044559 = 910881; 988110 – 011889 = 976221;
976221 – 122679 = 853542; 855432 – 234558 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

955431:

955431 – 134559 = 820872; 887220 – 022788 = 864432;
864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

954441:

954441 – 144459 = 809982; 998820 – 028899 = 969921;
999621 – 126999 = 872622; 876222 – 222678 = 653544;

655443 – 344556 = 310887; 887310 – 013788 = 873522;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

888210:
888210 – 021888 = 875322; 875322 – 223578 = 651744;
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750842; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

887310:
887310 – 013788 = 873522; 875322 – 223578 = 651744;
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

887220:
887220 – 022788 = 864432; 864432 – 234468 = 629964;
996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;
665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

887211:
887211 – 112788 = 774423; 774432 – 234477 = 539955;
995553 – 355599 = 639954; 996543 – 345699 = 650844;

865440 – 044568 = 820872; 887220 – 022788 = 864432;
864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

886410:
886410 – 014688 = 871722; 877221 – 122778 = 754443;
754443 – 344457 = 409986; 998640 – 046899 = 951741;
975411 – 114579 = **860832**; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = **860832**...

886320:
886320 – 023688 = **862632**; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = **862632**...

886221:
886221 – 122688 = 763533; 765333 – 333567 = 431766;
766431 – 134667 = **631764**; 766431 – 134667 = **631764**...

885510:
885510 – 015588 = 869922; 998622 – 226899 = 771723;
777321 – 123777 = 653544; 655443 – 344556 = 310887;
887310 – 013788 = 873522; 875322 – 223578 = 651744;
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;

876420 – 024678 = **851742**...

885420:

885420 – 024588 = **860832**;886320 – 023688 = 862632;

866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;

876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;

875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = **860832**...

885321:

885321 – 123588 = 761733; 776331 – 133677 = 642654;

665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;

875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;

885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;

866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

884421:

884421 – 124488 = 759933; 997533 – 335799 = 661734;

766431 – 134667 = **631764**; 766431 – 134667 = **631764**...

877320:

877320 – 023778 = 853542; 855432 – 234558 = 620874;

876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;

875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;

886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;

665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

877311:

877311 – 113778 = 763533; 765333 – 333567 = 431766;

766431 - 134667 = **631764**; 766431 – 134667 = **631764**...

877221:

877221 – 122778 = 754443; 754443 – 344457 = 409986;

998640 – 046899 = 951741; 975411 – 114579 = **860832**;

886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;

665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = **860832**...

876420:
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

876411:
876411 – 114678 = 761733; 776331 – 133677 = **642654**;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = **642654**...

876330:
876330 – 033678 = 842652; 865422 – 224568 = 640854;
865440 – 044568 = 820872; 887220 – 022788 = 864432;
864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

876321:
876321 – 123678 = 752643; 765432 – 234567 = 530865;
865530 – 035568 = 829962; 998622 – 226899 = 771723;
777321 – 123777 = 653544; 655443 – 344556 = 310887;
887310 – 013788 = 873522; 875322 – 223578 = 651744;
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;

885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

876222:
876222 – 222678 = 653544; 655443 – 344556 = 310887;
887310 – 013788 = 873522; 875322 – 223578 = 651744;
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

875520:
875520 – 025578 = 849942; 998442 – 244899 = 753543;
755433 – 334557 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

875511:
875511 – 115578 = 759933; 997533 – 335799 = 661734;
766431 – 134667 = **631764**; 766431 – 134667 = **631764**...

875430:
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = **860832**;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = **860832**...

875421:
875421 – 124578 = **750843**; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;

866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = **750843**...

875331:
875331 – 133578 = 741753; 775431 – 134577 = 640854;
865440 – 044568 = 820872; 887220 – 022788 = 864432;
864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

875322:
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223688 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

874431:
874431 – 134478 = 739953; 997533 – 335799 = 661734;
766431 – 134667 = **631764**; 766431 – 134667 = **631764**...

874422:
874422 – 224478 = 649944; 996444 – 444699 = 551745;
755541 – 145557 = 609984; 998640 – 046899 = 951741;
975411 – 114579 = **860832**; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = **860832**...

866430:
866430 – 034668 = 831762; 876321 – 123678 = 752643;

765432 – 234567 = 530865; 865530 – 035568 = 829962;
998622 – 226899 = 771723; 777321 – 123777 = 653544;
655443 – 344556 = 310887; 887310 – 013788 = 873522;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

866421:
866421 – 124668 = 741753; 775431 – 134577 = 640854;
865440 – 044568 = 820872; 887220 – 022788 = 864432;
864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

866322:
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

865530:
865530 – 035568 = 829962; 998622 – 226899 = 771723;
777321 – 123777 = 653544; 655443 – 344556 = 310887;
887310 – 013788 = 873522; 875322 – 223578 = 651744;
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;

876420 – 024678 = **851742**...

865521:

865521 – 125568 = 739953; 997533 – 335799 = 661734;

766431 – 134667 = **631764**; 766431 – 134667 = **631764**...

865440:

865440 – 044568 = 820872; 887220 – 022788 = 864432;

864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;

997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;

876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 751843;

875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;

886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;

665442 – 244566 = **420876**...

865431:

865431 – 134568 = 730863; 876330 – 033678 = 842652;

865422 – 224568 – 640854; 865440 – 044568 = 820872;

887220 – 022788 = 864432; 864432 – 234468 = 629964;

996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;

665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;

875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;

885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;

866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

865422:

865422 – 224568 = 640854; 865440 – 044568 = 820872;

887220 – 022788 = 864432; 864432 – 234468 = 629964;

996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;

665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;

875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;

885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;

866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

865332:

865332 – 233568 = **631764**; 766431 – 134667 = **631764**...

864441:

864441 – 144468 = 719973; 997731 – 137799 = 859932;
998532 – 235899 = 762633; 766332 – 233667 = 532665;
665532 – 235566 = 429966; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

864432:

864432 – 234468 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

855540:

855540 – 045558 = 809982; 998820 – 028899 = 969921;
999621 – 126999 = 872622; 876222 – 222678 = 653544;
655443 – 344556 = 310887; 887310 – 013788 = 873522;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

855531:

855531 – 135558 = 719973; 997731 – 137799 = 859932;
998532 – 235899 = 762633; 766332 – 233667 = 532665;

665532 – 235566 = 429966; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

855441:
855441 – 144558 = 710883; 887310 – 013788 = 873522;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

855432:
855432 – 234558 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

854442:
854442 – 244458 = 609984; 998640 – 046899 = 951741;
975411 – 114579 = **860832**; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = **860832**...

777321:
777321 – 123777 = 653544; 655443 – 344556 = 310887;
887310 – 013788 = 873522; 875322 – 223578 = 651744;
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;

885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

776421:
776421 – 124677 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

776331:
776331 – 133677 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

776322:
776322 – 223677 = 552645; 655542 – 245556 = 409986;
998640 – 046899 = 951741; 975411 – 114579 = **860832**;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = **860832**...

775521:
775521 – 125577 = 649944; 996444 – 444699 = 551745;
755541 – 145557 = 609984; 998640 – 046899 = 951741;
975411 – 114579 = **860832**; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = **860832**...

775431:

775431 – 134577 = 640854; 865440 – 044568 = 820872;
887220 – 022788 = 864432; 864432 – 234468 = 629964;
996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;
665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

775332:

775332 – 233577 = 541755; 755541 – 145557 = 609984;
998640 – 046899 = 951741; 975411 – 114579 = **860832**;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = **860832**...

774432:

774432 – 234477 = 539955; 995553 – 355599 = 639954;
996543 – 345699 = 650844; 865440 – 044568 = 820872;
887220 – 022788 = 864432; 864432 – 234468 = 629964;
996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;
665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

766440:

766440 – 044667 = 721773; 777321 – 123777 = 653544;
655443 – 344556 = 310887; 887310 – 013788 = 873522;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;

665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

766431:

766431 – 134667 = **631764**; 766431 – 134667 = **631764**...

766422:

766422 – 224667 = 541755; 755541 – 145557 = 609984;
998640 – 046899 = 951741; 975411 – 114579 = **860832**;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = **860832**...

766332:

766332 – 233667 = 532665; 665532 – 235566 = 429966;
996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;
665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

765531:

765531 – 135567 = 629964; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

765522:

765522 – 225567 = 539955; 995553 – 355599 = 639954;
996543 – 345699 = 650844; 865440 – 044568 = 820872;
887220 – 022788 = 864432; 864432 – 234468 = 629964;
996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;

665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

765441:
765441 – 144567 = 620874; 876420 – 024678 = **851742**;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = **851742**...

765432:
765432 – 234567 = 530865; 865530 – 035568 = 829962;
998622 – 226899 = 771723; 777321 – 123777 = 653544;
655443 – 344556 = 310887; 887310 – 013788 = 873522;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 024588 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

765333:
765333 – 333567 = 431766; 766431 – 134667 = **631764**;
766431 – 134667 = **631764**...

764433:
764433 – 334467 = 429966; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

755541:

755541 – 145557 = 609984; 998640 – 046899 = 951741;

975411 – 114579 = **860832**; 886320 – 023688 = 862632;

866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;

876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;

875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = **860832**...

755532:

755532 – 235557 = 519975; 997551 – 155799 = 841752;

875421 – 124578 = **750843**; 875430 – 034578 = 840852;

885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;

866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;

876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = **750843**...

755442:

755442 – 244557 = 510885; 885510 – 015588 = 869922;

998622 – 226899 = 771723; 777321 – 123777 = 653544;

655443 – 344556 = 310887; 887310 – 013788 = 873522;

875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;

876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;

875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;

886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;

665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

755433:

755433 – 334557 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;

875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;

885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;

866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

754443:

754443 – 344457 = 409986; 998640 – 046899 = 951741;

975411 – 114579 = **860832**; 886320 – 023688 = 862632;

866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;

876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = **860832**...

744422:
744422 – 224447 = 519975; 997551 – 155799 = 841752;
875421 – 124578 = **750843**; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = **750843**...
666432:
666432 – 234666 = 431766; 766431 – 134667 = **631764**;
766431 – 134667 = **631764**...

665532:
665532 – 235566 = 429966; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

665442:
665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;
885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

665433:
665433 – 334566 = 330867; 876330 – 033678 = 842652;
865422 – 224568 = 640854; 865440 – 044568 = 820872;
887220 – 022788 = 864432; 864432 – 234468 = 629964;
996642 – 246699 = 749943; 997443 – 344799 = 652644;
665442 – 244566 = **420876**; 876420 – 024678 = 851742;
875421 – 124578 = 750843; 875430 – 034578 = 840852;

885420 – 024588 = 860832; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

664443:
664443 – 344466 = 319977; 997731 – 137799 = 859932;
998532 – 235899 = 762633; 766332 – 233667 = 532665;
665532 – 235566 = 429966; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860863;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = **420876**...

655542:
655542 – 245556 = 409986; 998640 – 046899 = 951741;
975411 – 114579 = **860832**; 886320 – 023688 = 862632;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = 420876;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = **860832**...

655533:
655533 – 335556 = 319977; 997731 – 137799 = 859932;
998532 – 235899 = 762633; 766332 – 233667 = 532665;
665532 – 235566 = 429966; 996642 – 246699 = 749943;
997443 – 344799 = 652644; 665442 – 244566 = **420876**;
876420 – 024678 = 851742; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
866322 – 223668 = 642654; 665442 – 244566 = **420876**...

655443:
655443 – 344556 = 310887; 887310 – 013788 = 873522;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;

886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

654444:
654444 – 444456 = 209988; 998820 – 028899 = 969921;
999621 – 126999 = 872622; 876222 – 222678 = 653544;
655443 – 344556 = 310887; 887310 – 013788 = 873522;
875322 – 223578 = 651744; 765441 = 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860862;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

555543:
555543 – 345555 = 209988; 998820 – 028899 = 969921;
999621 – 126999 = 872622; 876222 – 222678 = 653544;
655443 – 344556 = 310887; 887310 – 013788 = 873522;
875322 – 223578 = 651744; 765441 – 144567 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642654;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

555444:
555444 – 444555 = 110889; 988110 – 011889 = 976221;
976221 – 122679 = 853542; 855432 – 234558 = 620874;
876420 – 024678 = **851742**; 875421 – 124578 = 750843;
875430 – 034578 = 840852; 885420 – 024588 = 860832;
886320 – 023688 = 862632; 866322 – 223668 = 642564;
665442 – 244566 = 420876; 876420 – 024678 = **851742**...

Anexo (Sexta Curiosidade):

Para N = 10:

... , 10, 1, 1, 1, 1, ...

Para N_k = 11:

... , 11, 2, 4, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, ...

Para N_k = 12:

... , 12, 5, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 13:

... , 13, 10, 1, 1, 1, 1, ...

Para N_k = 14:

... , 14, 17, 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 15:

... , 15, 26, 40, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, ...

Para N_k = 16:

... , 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, ...

Para N_k = 17:

... , 17, 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 18:

... , 18, 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para N_k = 19:

... , 19, 82, 68, 100, 1, 1, 1, ...

Para N_k = 20:

... , 20, 4, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, ...

Para N_k = 21 = 12 (pois os dígitos são iguais):

... , 21, 5, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 22:

... , 22, 8, 64, 52, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 23:

... , 23, 13, 10, 1, 1, 1, 1, ...

Para N_k = 24:

... , 24, 20, 4, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, ...

Para N_k = 25:

... , 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 26:

... , 26, 40, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, ...

Para N_k = 27:

... , 27, 53, 34, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 28:

... , 28, 68, 100, 1, 1, 1, ...

Para N_k = 29:

... , 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 30:

... , 30, 9, 81, 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para N_k = 31 = 13 (pois os dígitos são iguais):

... , 31, 10, 1, 1, 1, 1, ...

Para $N_k = 32 = 23$ (pois os dígitos são iguais):

..., 32, 13, 10, 1, 1, 1, ...

Para $N_k = 33$:

..., 33, 18, 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para $N_k = 34$:

..., 34, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 35$:

..., 35, 34, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 36$:

..., 36, 45, 41, 17, 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4,16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 37$:

..., 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para $N_k = 38$:

..., 38, 73, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, ...

Para $N_k = 39$:

..., 39, 90, 81, 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para $N_k = 40$:

..., 40, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, ...

Para $N_k = 41 = 14$ (pois os dígitos são iguais):

..., 41, 17, 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 42 = 24$ (pois os dígitos são iguais):

..., 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, ...

Para N_k = 43 = 34 (pois os dígitos são iguais):

... , 43, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 44:

..., 44, 32, 13, 10, 1, 1, 1, ...

Para N_k = 45:

... , 45, 41, 17, 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 46:

... , 46, 52, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 47:

... , 47, 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para N_k = 48:

... , 48, 80, 64, 52, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 49:

... , 49, 97, 130, 10, 1, 1, 1, 1, ...

Para N_k = 50:

... , 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 51 = 15 (pois os dígitos são iguais):

... , 51, 26, 40, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, ...

Para N_k = 52 = 25 (pois os dígitos são iguais):

... , 52, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 53 = 35 (pois os dígitos são iguais):

... , 53, 34, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 54 = 45$ (pois os dígitos são iguais):

..., 54, 41, 17, 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 55$:

..., 55, 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 56$:

..., 56, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para $N_k = 57$:

..., 57, 74, 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para $N_k = 58$:

..., 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 59$:

..., 59, 106, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para $N_k = 60$:

..., 60, 36, 45, 41, 17, 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 61 = 16$ (pois os dígitos são iguais):

..., 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para $N_k = 62 = 26$ (pois os dígitos são iguais):

..., 62, 40, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, ...

Para $N_k = 63 = 36$ (pois os dígitos são iguais):

..., 63, 45, 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 64 = 46$ (pois os dígitos são iguais):

..., 64, 52, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 65 = 56$ (pois os dígitos são iguais):

..., 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para $N_k = 66$:

..., 66, 72, 53, 34, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 67$:

..., 67, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 68$:

..., 68, 100, 1, 1, 1, 1, 1, ...

Para $N_k = 69$:

..., 69, 117, 51, 26, 40, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, ...

Para $N_k = 70$:

..., 70, 49, 97, 130, 10, 1, 1, 1, ...

Para $N_k = 71 = 17$ (pois os dígitos são iguais):

..., 71, 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 72 = 27$ (pois os dígitos são iguais):

..., 72, 53, 34, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 73 = 37$ (pois os dígitos são iguais):

..., 73, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 74 = 47$ (pois os dígitos são iguais):

..., 74, 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para $N_k = 75 = 57$ (pois os dígitos são iguais):

..., 75, 74, 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para N_k = 76 = 67 (pois os dígitos são iguais):

... , 76, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 77:

... , 77 , 98, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, 145, ...

Para N_k = 78:

... , 78, 113, 11, 2, 4, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, ...

Para N_k = 79:

... , 79, 141, 18, 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para N_k = 80:

... , 80, 64, 52, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 81 = 18 (pois os dígitos são iguais):

... , 81, 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para N_k = 82 = 28 (pois os dígitos são iguais):

... , 82, 68, 100, 1, 1, 1, 1, ...

Para N_k = 83 = 38 (pois os dígitos são iguais):

... , 73, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, ...

Para N_k = 84 = 48 (pois os dígitos são iguais):

... , 84, 80, 64, 52, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 85 = 58 (pois os dígitos são iguais):

... , 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para N_k = 86 = 68 (pois os dígitos são iguais):

... , 86, 129, 86, 100, 1, 1, 1, 1, ...

Para $N_k = 87 = 78$ (pois os dígitos são iguais):

..., 87, 113, 11, 2, 4, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, ...

Para $N_k = 88$:

..., 88, 128, 69, 45, 41, 17, 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 89$:

..., 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 90$:

..., 90, 81, 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para $N_k = 91 = 19$ (pois os dígitos são iguais):

..., 91, 82, 68, 100, 1, 1, 1, 1, ...

Para $N_k = 92 = 29$ (pois os dígitos são iguais):

..., 92, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Para $N_k = 93 = 39$ (pois os dígitos são iguais):

..., 93, 90, 81, 65, 61, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para $N_k = 94 = 49$ (pois os dígitos são iguais):

..., 94, 97, 130, 10, 1, 1, 1, ...

Para $N_k = 95 = 59$ (pois os dígitos são iguais):

..., 95, 106, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, ...

Para $N_k = 96 = 69$ (pois os dígitos são iguais):

..., 96, 117, 51, 26, 40, 16, 37, 58, 89, 145, 42, 20, 4, 16, ...

Para $N_k = 97 = 79$ (pois os dígitos são iguais):

..., 97, 130, 10, 1, 1, 1, 1, ...

Para $N_k = 98 = 89$ (pois os dígitos são iguais):

... , 98, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, 145, ...

Para $N_k = 99$:

... , 99, 162, 41, 17, 50, 25, 29, 85, 89, 145, 42, 20, 4, 16, 37, 58, 89, ...

Esgotando assim, todas as possibilidades.

■